



Una nova tecnologia de reforç de murs de mamposteria basada en teixits multidireccionals de FRP

L. Gil Espert i E. Bernat Masó

1. Introducció

Un cop finalitzat el projecte MATE es procedeix a presentar aquest document de memòria i resum de les activitats dutes a terme i els resultats assolits en el marc de col·laboració entre els grups de recerca Labein-Tecnalia, LITEM-UPC i les empreses Pirineu-Payma i TEC-CUATRO.

A partir dels objectius i les tasques inicialment fixades es duu a terme un anàlisi crític de la feina desenvolupada, mostrant per cada activitat què se n'esperava inicialment, quins han estat els resultats obtinguts i quina projecció se n'ha pogut derivar de cara a l'ampliació del coneixement i la transferència d'aquest.

Tot i que inicialment la investigació estava únicament centrada en l'anàlisi del reforç de murs de mamposteria com a element estructural central del projecte, donades les característiques del reforç a estudiar i dels mètodes d'anàlisi emprats, s'ha optat per ampliar el camp d'estudi a altres tipologies estructurals que poguessin explotar de forma més eficient les eines i procediments desenvolupats. D'aquesta manera s'han inclòs els arcs d'obra de fàbrica a l'estudi inicialment previst, donant un enfocament més ampli a la investigació duta a terme.

Totes les tasques, tant les inicialment previstes com les afegides per una millor explotació de la tecnologia estudiada, s'han documentat i es troben explicades en la present memòria, que no obstant això s'estructura d'acord amb les grans tasques organitzatives definides a l'inici del projecte.

Objectius tècnics del projecte

L'objectiu principal del projecte d'investigació MATE era el desenvolupament d'una nova metodologia per al reforç d'estructures de maçoneria que fos respectuós amb la pròpia naturalesa del material i l'estructura original. Per això es va plantejar l'establiment de procediments de càlcul i execució dels reforços basats amb materials de fibres que poguessin millorar la capacitat portant de les estructures existents.

Com a objectius específics es van plantejar:

1. Construcció i assaig de diferents prototips de murs de mamposteria
2. Adaptació i validació del software Masonrisk aplicat a murs de mamposteria i a estructures tridimensionals.
3. Estudi del mètode de reforç basat en l'aplicació de teixits multidireccionals de fibres de basalt (BFRP).
4. Reforç dels prototips y assaigs fins a ruptura
5. Millora i adaptació del software per a l'anàlisi del reforç.



A més d'aquests objectius, i a fi d'aprofitar de forma eficient la investigació duta a terme, a mitja investigació i d'acord amb els avenços que s'assolien es van plantejar alguns nous objectius específics per a l'ampliació dels casos d'estudi:

6. Validació del software Masonrisk en estructures tridimensionals.
7. Estudi de l'eficàcia de la tecnologia de reforç investigada en estructures de tipus arc a través de tasques:
 - Experimentals
 - De simulació i anàlisi numèric amb diferents metodologies de càlcul.

2. Desenvolupament i construcció de prototips de murs de mamposteria

Les diferents subtasques que s'han dut a terme per afrontar la construcció dels prototips de murs de mamposteria han estat:

- Caracterització completa de les propietats físico-mecàniques dels materials components dels murs reforçats a assajar: morters, materials petris i fibroplàstics.
- Caracterització de la compatibilitat entre els materials de reforç i els propis de la maçoneria
- Definició de la geometria dels murs a partir de l'elecció d'un factor d'escala adient i d'uns defectes induïts (desplom) apropiats als casos d'estudi.
- Construcció dels murs

El desenvolupament i construcció dels prototips de murs de mamposteria l'ha dut a terme el grup Labein-Tecnalia amb la supervisió de Pirineu-Payma.

Els assaigs de caracterització dels materials utilitzats per a la construcció dels murs han inclòs:

- Caracterització mineralògica, petrogràfica i mecànica de la pedra
- Estudi dels morters antics utilitzats en murs de mamposteria per a la seva reproducció en els espècimens d'assaig. Caracterització mineralògica, petrogràfica i de les propietats físico-mecàniques en morters frescs i endurits
- Caracterització del comportament a compressió dels diferents tipus de maçoneria presents en els murs a assajar.
- Caracterització del teixit de basalt i del morter per a la seva col·locació, així com estudi de l'adherència entre el morter i el substrat i de les diferents possibilitats d'ancoratge.
- Caracterització a flexió del TRM (Textil Reinforced Mortar) com a tal.

Els resultats obtinguts en aquests tests de caracterització es poden consultar en [1]. D'entre tots els resultats obtinguts destaquen, per la seva innovació, els referents al TRM com a material de reforç i al mètode d'ancoratge del teixit a l'estructura de maçoneria.

En referència al mètode d'ancoratge s'ha observat que donades les escasses propietats adherents dels morters utilitzats, és necessari ancorar el teixit del TRM al substrat (material petri de l'estructura de maçoneria). Finalment s'ha optat per una solució en que es dispersen les fibres en forma de ventall per adherir-les al morter en un extrem i en l'altre es fan convergir i s'ancoren amb resines tipus epoxi a forats fets en les peces pètries de la maçoneria.

Inicialment es va preveure la construcció de 3 murs, dels quals un seria el patró de comparació, és a dir, que no es reforçaria. Finalment es van construir un total de 9 murs, dels quals 2 no es van reforçar. El conjunt de murs construïts es pot dividir en dos grups segons el nombre de blocs de pedra de trava interna (passant per tots els fulls dels murs) que es col·loquessin: 6 o 15.

Es van efectuar dos tipus de reforç superficial amb el TRM: una sola capa ancorada al mur o bé dues capes, de les quals només una estaria ancorada al mur.

Es van efectuar dos tipus de reforç de trava entre els fulls dels murs amb barres de FRP: utilitzant barres de fibra de carboni o bé de fibra d'aramida. En un espècimen es van combinar tots dos tipus de barres de FRP.

A partir de dades recollides a través de l'experiència de Labein-Tecnalia i d'investigacions d'altres autors es va definir la geometria tipus a assajar. Es va utilitzar una escala geomètrica entre 1:3 i 1:4. Els murs eren de 3 fulls: un de carreus, un intern de reblert i un darrer de maçoneria no ordenada. Les dimensions aproximades dels murs eren de 30cm de gruix, 2m d'amplada i 2m d'alçada dels quals el metre superior acumulava un desplom en l'extrem superior de 5cm cap al full de carreus.

L'execució dels murs es va contractar a una empresa experta en rehabilitació de construccions històriques.

Per més detalls sobre la definició i construcció dels murs es pot consultar [1].



Fig. 1. Mur tipus construït (esquerra) i inici del procés de fallada del mur 4 (dreta)

3. Procés d'adaptació i validació de Masonrisk

En el marc de col·laboració del projecte d'investigació MATE es va finalitzar el procés de desenvolupament i validació del software Masonrisk. A més es va estudiar la seva aplicabilitat als murs de mamposteria construïts i assajats per Labein-Tecnalia i el seu ús en l'anàlisi de la influència del reforç amb TRM d'estructures de fàbrica.

Les tasques descrites en aquest apartat van ser dirigides i executades pel Litem-UPC amb la col·laboració de l'empresa Pirineu Payma i TEC-CUATRO.

La finalització del procés de desenvolupament i validació de Masonrisk s'ha centrat en l'extensió de la metodologia de càlcul a estructures d'obra de fàbrica tridimensionals i a la validació a través d'assaigs experimentals.

El mètode de càlcul de Masonrisk aplicat a les estructures de fàbrica es basa en la comprovació de les condicions d'equilibri en cada secció de l'estructura analitzada. Masonrisk permet calcular el comportament d'elements catenària elàstics. Això, conjuntament amb les teories desenvolupades per Heyman [2], permet avaluar la seguretat d'una estructura de maçoneria.

Segons Heyman [2], si es pot trobar una línia d'empentes compatible amb les càrregues externes aplicades que estigui continguda en tot moment dins del contorn de l'estructura d'obra de fàbrica, aleshores es pot dir que l'estructura és estable. Això es fonamenta en l'extensió dels teoremes de la teoria de la plasticitat per la seva aplicació en l'obra de fàbrica. Aquest ús, però, exigeix l'assumpció de les següents hipòtesis:

- La resistència a compressió de la fàbrica és infinita. És a dir, que el mètode de càlcul no contempla la fallada per esgotament de la resistència a compressió del material. Aquesta hipòtesi, tot i no ser certa, no implica una simplificació excessiva ja que tal i com es pot comprovar, en la major part de les estructures històriques el nivell tensional de treball es troba molt per sota de la capacitat dels materials utilitzats.
- La resistència a tracció de la fàbrica és nul·la. Aquesta hipòtesis tampoc és certa, però tal i com es pot observar, no introdueix una distorsió apreciable en els resultats ja que en la major part de les estructures històriques els morters inicialment utilitzats han anat envellint, degradant-se o inclús desapareixent, de tal forma que la resistència a tracció que poden aportar al conjunt de la fàbrica és negligible.
- No es contempla la possibilitat de lliscament entre les peces que formen la maçoneria. Aquesta és, potser, la hipòtesi més restrictiva ja que en alguns casos relativament comuns (arcs amb molt cantell i poca fletxa) aquest pot ser el mode de fallada predominant.

Masonrisk és un programa molt eficient en el càlcul de les línies d'empenta ja que aquestes segueixen la mateixa forma (tot i que invertida) que les catenàries corresponents a la mateixa distribució de càrregues. Aquesta manera d'avaluar l'adequació de la forma de les estructures d'obra de fàbrica es coneix des de fa segles i ha estat utilitzada per nombrosos enginyers i arquitectes, d'entre els quals, potser el cas més destacable seria Gaudí.

Per conèixer amb detall el funcionament del mètode de càlcul implementat en Masonrisk es pot consultar [3] o [4].

3.1. Aplicació de Masonrisk al càlcul de murs

Donat que el càlcul d'estructures de maçoneria amb Masonrisk es basa en la comprovació geomètrica de que existeix una línia d'empentes compatible amb les càrregues aplicades que es trobi continguda en l'estructura, sempre i quan en els murs a assajar la càrrega aplicada es trobés en una vertical continguda en el gruix del mur, aquest seria estable als ulls del procediment emprat.

Per als murs dissenyats, en tot moment la línia vertical d'aplicació de la càrrega passava per l'interior del contorn del mur de tal forma que aquest hagués estat estable per qualsevol càrrega aplicada fins a l'esgotament del material a compressió.

La separació en diferents fulls del mur i la seva diferent rigidesa podria fer que el de carreus suportés la major part de la càrrega de tal forma que el gruix efectiu de treball del mur es reduiria a una tercera part del gruix total: 10cm. Fins i tot la aquesta hipòtesi extremadament desfavorable de que només resistia el full de carreus, la línia d'empentes vertical centrada en el seu capçal es mantindria en tot moment dins del contorn, però de forma molt més crítica.

Tal i com s'observa en els següents gràfics, en el cas dels murs assajats, el mur no fallaria únicament per inestabilitat geomètrica i per tant el software Masonrisk no és capaç de capturar-ne la resistència.

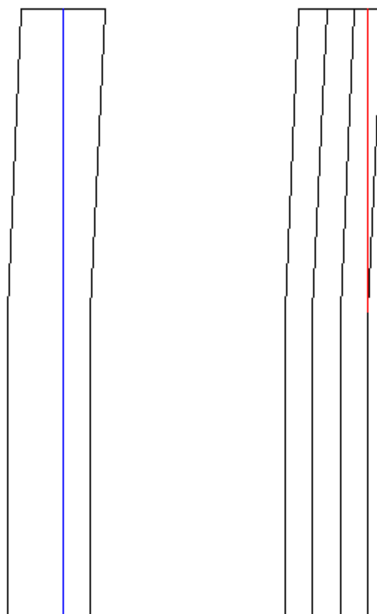


Fig. 2. Línia d'empentes continguda en el contorn dels murs assajats, tant en la hipòtesi general de col·laboració entre els diferents fulls (esquerra) com considerant únicament la resistència del ful de carreus (dreta).

De fet, tal i com es comenta posteriorment, els murs fallen fonamentalment per efectes de flexió de segon ordre els quals el software Masonrisk desenvolupat no pot contemplar correctament. No obstant això, en casos real en que els murs formen part d'estructures majors, aquestes sí que es poden assimilar molt millor a esquemes estructurals esquelètics que Masonrisk permet tractar de forma acurada per determinar-ne la càrrega màxima al col·lapse.

S'ha conclòs, doncs, que el software Masonrisk no és adequat per a la solució directa del problema de determinació de la resistència a compressió dels murs de mamposteria assajats de forma aïllada, tot i que sí que ha resultat adient per al càlcul d'estructures de tipus esquelètic (com els arcs emprats per a la seva validació) o bé edificacions històriques completes en que la forma és el paràmetre determinant de la seva estabilitat.

3.2. Validació experimental de Masonrisk

Donat que en la zona pirenaica existeixen nombrosos ponts de pedra construïts amb carreus i formant una tipologia d'arc. Es va creure adient estendre la recerca a aquest altre tipus d'estructures històriques. En el marc del projecte d'investigació MATE s'han dut a terme diferents assaigs per tal de validar l'aplicabilitat de Masonrisk en el càlcul d'estructures d'obra de fàbrica tipus arc. Per fer-ho s'han escollit les estructures esquelètiques formades per un arc simple, com les més adients per a la comprovació. Per al disseny i preparació dels assajos es va comptar amb el suport de Pirineu-Payma i TEC-CUATRO executant la totalitat dels assajos al Litem-UPC.

A continuació es presenten de forma resumida els experiments duts a terme així com els resultats obtinguts. Per a més informació al respecte es pot consultar [5].

3.2.1. Descripció de les estructures assajades per a la validació de Masonrisk

S'han assajat un total de 8 estructures esquelètiques d'obra de fàbrica. D'aquestes, 4 poden ser assimilades a arcs típics, 2 corresponen a mitjos arcs i els altres 2 són estructures tridimensionals trípod. Totes les estructures s'han muntat a junta seca entre les dovelles, les quals mesuren sempre 15cm de profunditat. A continuació es presenten les principals característiques de cadascuna:

A) Arc semicircular (180°) petit

És un arc constituït per 9 dovelles que cobreixen un total de 180° d'obertura. La llum lliure teòrica és de 60cm i la fletxa de 30cm. El cantell mesura 10cm. La càrrega s'aplica en el centre de la 4a dovella, aproximadament a 1/3 de la llum lliure.

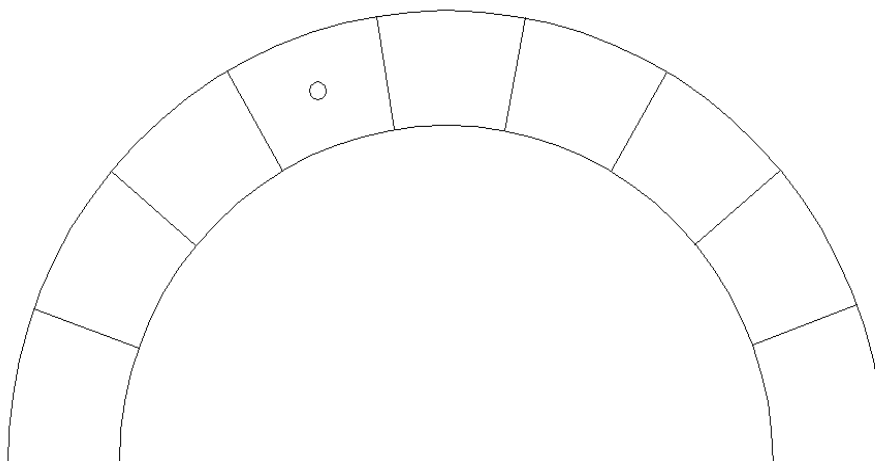


Fig.3. Esquema de l'estructura A) Arc semicircular (180°) petit

B) Arc rebaixat (160°) petit

És un arc constituït per 8 dovelles que cobreixen un total de 160° d'obertura. La llum lliure teòrica és de 58cm i la fletxa de 24,3cm. El cantell mesura 10cm. La càrrega s'aplica en el centre de la 3a dovella, aproximadament a 1/5 de la llum lliure.

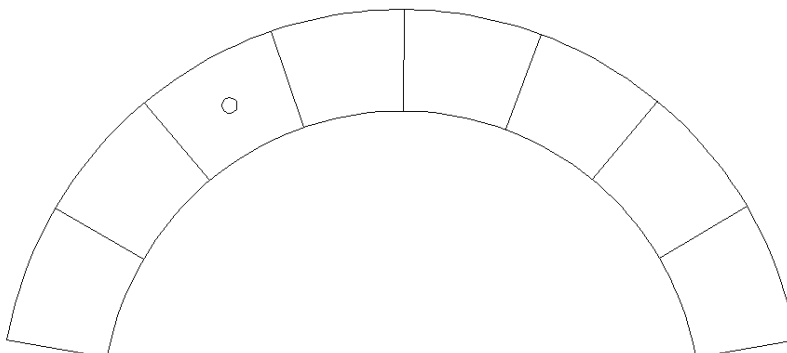


Fig.4. Esquema de l'estructura B) Arc rebaixat (160°) petit

C) Arc semicircular (180°) gran

És un arc constituït per 19 dovelles que cobreixen un total de 180° d'obertura. La llum lliure teòrica és de 138cm i fletxa de 69cm. El cantell mesura 10cm. La càrrega s'aplica en el centre de la 7a dovella, aproximadament a 1/5 de la llum lliure.

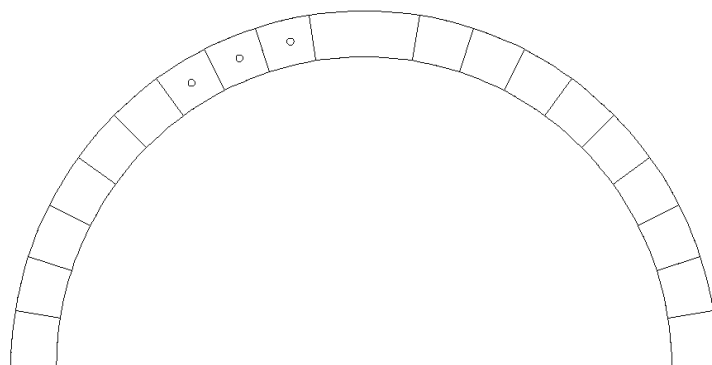


Fig.5. Esquema de l'estructura C) Arc semicircular (180°) gran

D) Arc rebaixat (90°) gran

És un arc constituït per 10 dovelles que cobreixen un total de 90° d'obertura. La llum lliure teòrica és de 99cm i la fletxa és de 20,5cm. El cantell mesura 10cm. La càrrega s'aplica en el centre de la 3a dovella, aproximadament a 1/5 de la llum lliure.

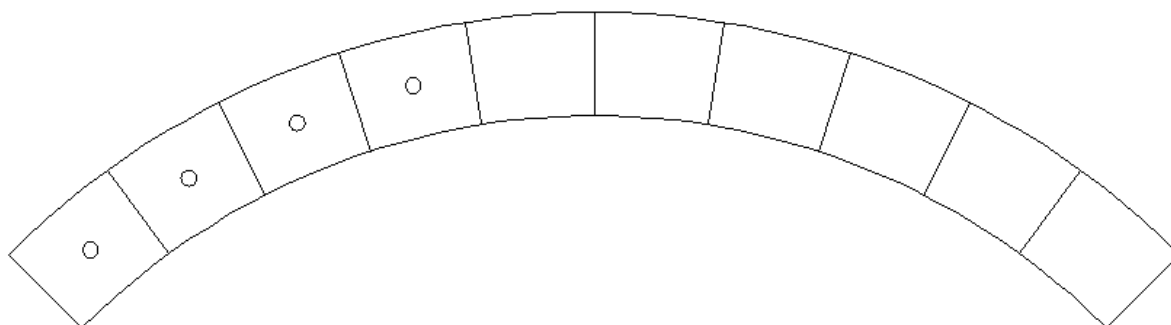


Fig.6. Esquema de l'estructura D) Arc rebaixat (90°) gran

E) Mig arc (90°) petit

És un arc constituït per 6 dovelles que cobreixen un total de 90° d'obertura. La semillum lliure teòrica és de 30cm i la fletxa és de 30cm. El cantell mesura 10cm. La càrrega s'aplica en el centre de la 4a, 5a i 6a dovella respectivament en els tres primers assaigs. En el darrer assaig s'aplicarà el més pròxima possible al punt de màxima cota de l'extradós. Es pretenia assajar mig arc com la simplificació d'un cas de càrrega simètric de l'arc complet, amb les càrregues entre 1/6 i 1/2 de la llum lliure.

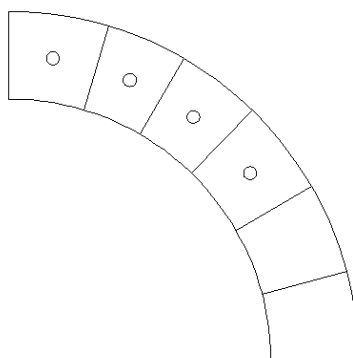


Fig.7. Esquema de l'estructura E) Mig arc (90°) petit

F) Mig arc (90°) gran

És un arc constituït per 10 dovelles que cobreixen un total de 90° d'obertura. La semillum lliure teòrica i la fletxa lliure són de 70cm. El cantell mesura 10cm. La càrrega s'aplica en el centre de la 7a dovella en un cas i en el centre de la 9a dovella en l'altre. Es pretenia assajar mig arc com la simplificació d'un cas de càrrega simètric de l'arc complet, amb les càrregues entre 1/5 i 1/3 de la llum lliure.

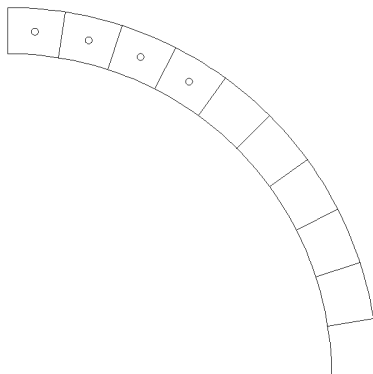


Fig.8. Esquema de l'estructura F) Mig arc (90°) gran

G) Trípod simètric

És una estructura constituïda per tres potes aproximadament iguals, disposades equidistantment (120°) en planta. Les tres concorren en una plaça clau. Dues de les tres potes estan formades per 4 dovelles i l'altra està formada per 5 dovelles. El radi lliure intern teòric de l'estructura (equivalent a la semillum lliure dels anteriors casos), així com l'alçada lliure són de 30cm. La càrrega s'aplica a la 4a dovella d'una de les potes de 4 peces, és a dir, que es troba lleugerament descentrada respecte el centre geomètric de l'estructura.

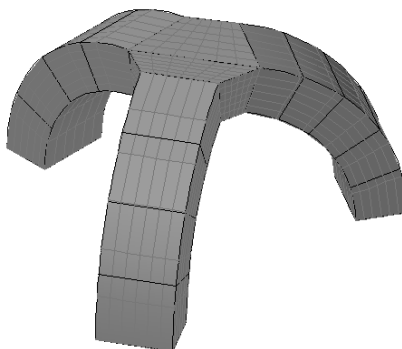


Fig.9. Esquema de l'estructura G) Trípod simètric

H) Trípod asimètric

És una estructura constituïda per tres potes, dues de les quals són iguals a les del cas anterior (radi lliure teòric de 30cm), mentre que la tercera és major (radi lliure teòric de 70cm). Les tres potes concorren en una peça clau, però es recolzen en dos plans diferents, deixant una alçada lliure de 30cm respecte el pla de suport de les potes petites i una de 70cm respecte del suport de la pota major. La càrrega s'aplica a la 7a dovella de la pota gran (comptant de baix cap dalt).

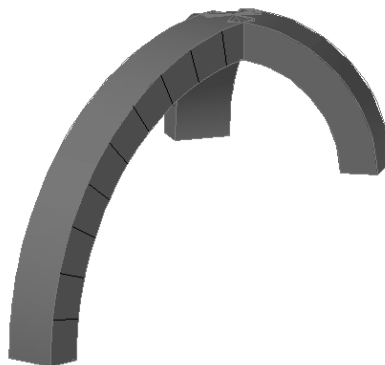


Fig.10. Esquema de l'estructura H) Trípod asimètric

3.2.2. Procediment de construcció de les dovelles

Tots els arcs assajats han estat construïts a partir de dovelles de morter en massa. La fabricació d'aquestes dovelles s'ha dut a terme amb morter sec de ciment pòrtland silícic gris M7,5. S'han emprat motlles d'acer de forma semicircular. Tals com el que es veu a continuació.



Fig.11. Motlle petit d'acer per la fabricació dels arcs

Per a la fabricació dels trípod es s'ha hagut d'executar una peça de clau a mida amb el motlle següent:



Fig.12. Motlle per a la fabricació de la peça clau pels trípod

Les mateixes peces han estat utilitzades en més d'un assaig donat el sistema d'assaig que evitava danys en les peces durant el col·lapse de l'estructura mitjançant la col·locació d'un cintrat pròxim a l'estructura per reduir-ne l'espai de caiguda.

El fet de fabricar les dovelles emmotllant-les conjuntament i disposant separadors entre elles té aspectes favorables i desfavorables de cara al muntatge dels arcs.

Per una banda, l'emmotllament conjunt facilita que l'orientació dels plans de contacte de les dovelles coincideixi. No obstant, la disposició de separadors per la fabricació i la posterior retirada d'aquests per al muntatge de l'arc, fa que per cada dovella es perdi 2mm o 3mm de longitud d'arc, i per tant, la geometria real de l'arc difereix lleugerament respecte de la teòrica, implicant sempre una petita disminució de la llum lliure.

3.2.3. Procés general de muntatge de les estructures

A continuació es presenten els principals criteris seguits per al muntatge dels assaigs.

Trava horitzontal:

En tots els assaigs es restringeix de forma directa l'empenta horitzontal de l'estructura, excepte en el D. Aquesta restricció busca impedir el moviment en direcció horitzontal, però permetent la rotació de les peces en el pla de l'arc. En els arcs tipus (A i C) la restricció es materialitza enfrontant dos perfils en "u" i disposant barres metàl·liques entre ells que n'evita la separació relativa. La trava de la resta d'assaigs és molt similar al cas anterior, però introduint petites modificacions. Així, per als assaigs E i F la base de l'arc es restringeix fixant el perfil en "u" amb barres contra el peu metàl·lic que serveix per establir la superfície vertical per l'altre extrem de l'arc. Per l'assaig B, es van fabricar dues falques de fusta per donar la inclinació necessària en els arrancs. Aquestes falques van ser travades horitzontalment l'una contra l'altra amb perfils metàl·lics units entre ells amb barres metàl·liques. Per l'assaig D, l'arc es va recolzar sobre angles metàl·lics a 45º, els quals estaven fixats a una estructura externa de reacció. Pels assaigs dels trípod, cada extrem estava travat amb un perfil en "u" de forma que es permetés la rotació de la dovella extrema. Aquests perfils estaven fixats els uns contra els altres o contra estructures externes en el cas del trípod asimètric

3.2.4. Procés general de sol·licitació

Les estructures es sol·liciten en tots els casos amb l'aplicació manual de pesos discrets, que es penjen d'un petit utilatge format per una tija d'acer a la qual s'uneix un filferro d'on es penja un ganxo en el qual es situen els pesos.

La tija metàl·lica es situa pràcticament sempre passant a través dels forats deixats en el centre de gravetat d'algunes dovelles. L'única excepció és un dels assaigs realitzats sobre el mig arc petit (E), en que la tija metàl·lica es va recolzar directament en l'extradós de l'arc prop del punt més alt.

Els pesos discrets de que es disposa són de 500g, 1kg, 2,5kg i 5kg. La massa del conjunt tija metàl·lica + filferro + ganxo és de 656g.

Els pesos s'apliquen pas a pas. El procés complet de sol·licitació de cada estructura es pot consultar en [5].

3.2.5. Resum dels resultats experimentals obtinguts

A continuació es resumeixen els resultats experimentals de tots els assaigs realitzats per a la validació de Masonrisk. Més endavant aquests es troben comentats i comparats amb els resultats de les simulacions numèriques, extraient les conclusions adients.

A) Arc semicircular (180º) petit

Amb aquesta estructura es duu a terme un assaig, el qual es repeteix dos cops (A.1 i A.2). Aquest consisteix en sol·licitar l'arc a través de la 4a dovella segons el següent esquema:

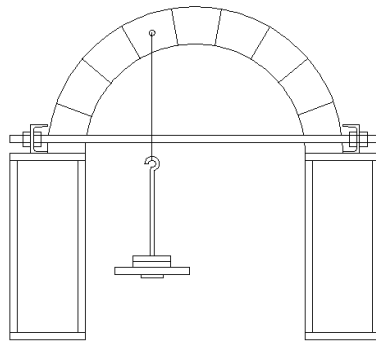


Fig.13. Esquema dels assaigs A.1 i A.2

B) Arc rebaixat (160°) petit

Amb aquesta estructura es duu a terme un assaig, el qual es repeteix 3 cops (B.1, B.2 i B.3). Aquest consisteix en sol·licitar l'arc a través de la 3a dovella segons el següent esquema:

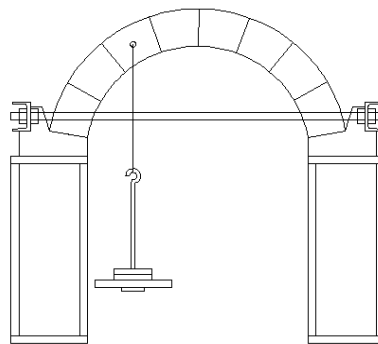


Fig.14. Esquema dels assaigs B.1, B.2 i B.3

C) Arc semicircular (180°) gran

Amb aquesta estructura es duu a terme un assaig, el qual es repeteix dos cops (C.1 i C.2). Aquest consisteix en sol·licitar l'arc a través de la 13a dovella segons el següent esquema:

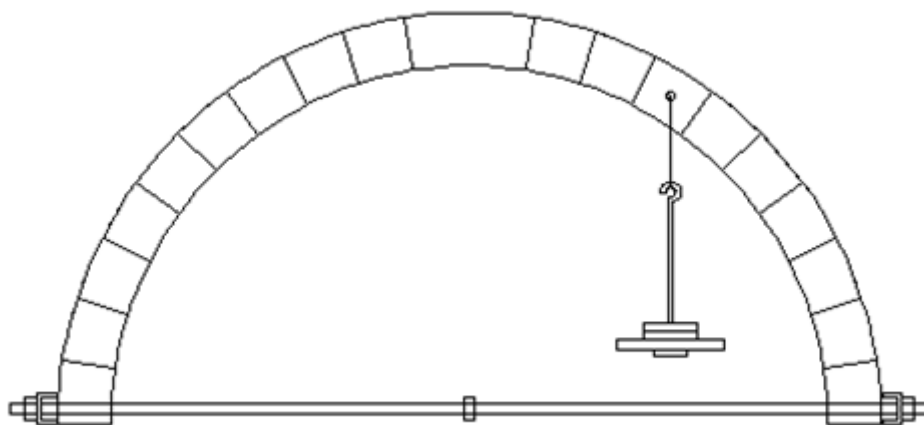


Fig.15. Esquema dels assaigs C.1 i C.2

D) Arc rebaixat (90°) gran

Amb aquesta estructura es duu a terme un assaig, el qual es repeteix tres cops (D.1, D.2 i D.3) a velocitat de càrrega molt diferent. Aquest consisteix en sol·licitar l'arc a través de la 3a dovella segons el següent esquema:

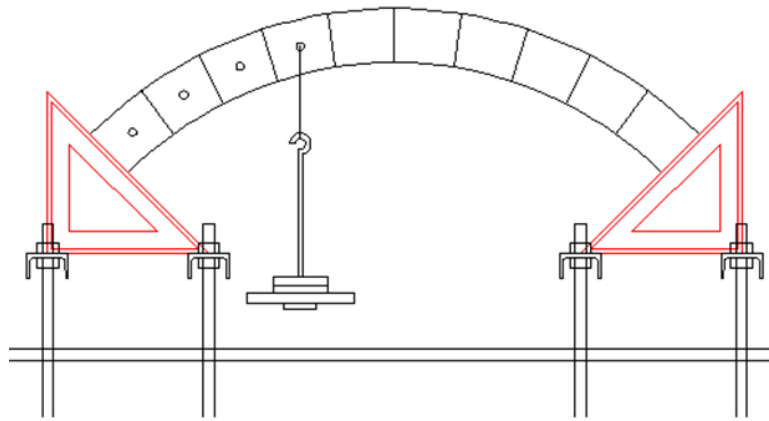


Fig.16. Esquema dels assaigs D.1, D.2 i D.3

E) Mig arc (90°) petit

Amb aquesta estructura es duen a terme quatre assaigs diferents. Els tres primers (E.a, E.b i E.c) es realitzen un únic cop i consisteixen en carregar l'arc a través de les dovelles número 4, 5 i 6 respectivament, tal i com es veu en els següents esquemes:

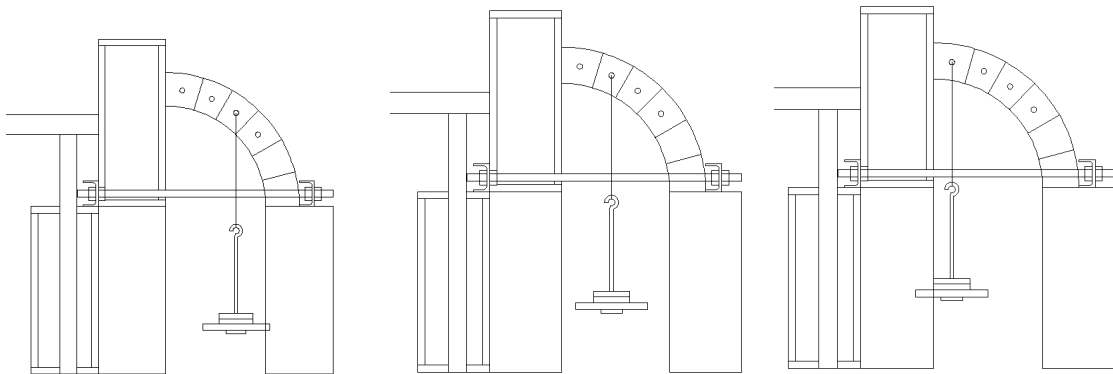


Fig.17. D'esquerra a dreta, esquemes dels assaigs E.a, E.b i E.c

El 4t assaig consisteix en aplicar la càrrega en l'extradós de l'arc, prop del punt més alt segons el següent esquema. Aquest es repeteix 3 cops (E.d.1, E.d.2 i E.d.3).

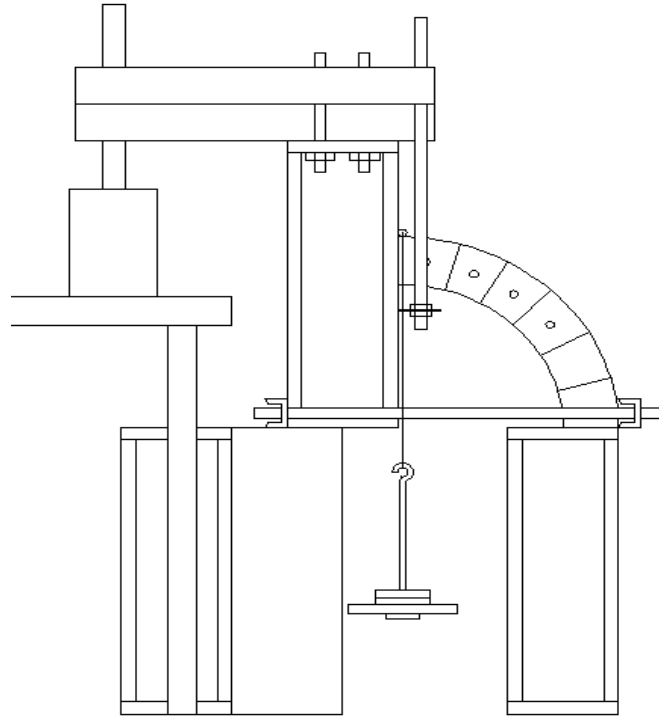


Fig.18. Esquema dels assaigs E.d

F) Mig arc (90°) gran

Amb aquesta estructura es duen a terme dos assaigs. Cadascun es repeteix dos cops. En primer lloc es carrega la 9a dovella (F.a.1 i F.a.2) i després es repeteix el procés aplicant la càrrega en la 7a dovella (F.b.1 i F.b.2).

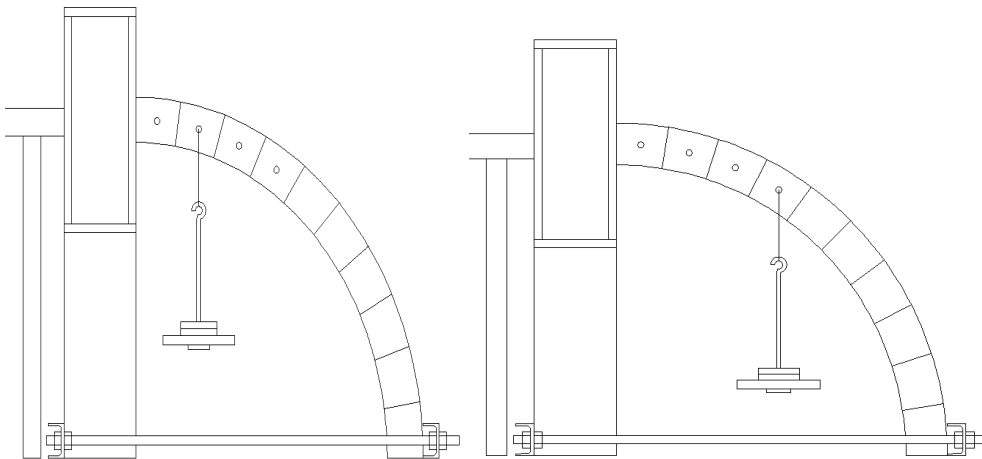


Fig.19. Esquema dels assaigs F.a i F.b

G) Trípod simètric

Només es duu a terme un assaig sobre aquesta estructura (G.1). La sol·licitació s'aplica a la 4a dovella d'una de les potes, com s'ha comentat anteriorment.

H) Trípod asimètric

Amb aquesta estructura es realitza un únic assaig que es repeteix dos cops (H.1 i H.2). Com s'ha comentat anteriorment, la sobrecàrrega s'aplica en la 7a dovella de la pota major.

A continuació es resumeix la càrrega última assolida (on falta sumar-hi els 656g de l'utilatge per aplicar la sol·licitació) i el mode de fallada associat a cada assaig.

<i>Estructura</i>	<i>Assaig</i>	<i>Càrrega última(kg)</i>	<i>Mode de fallada</i>
A	A.1	30,0-32,5	M
	A.2	27,5-30,0	M
B	B.1	32,5-33,5	M
	B.2	27,0-27,5	M
	B.3	27,5-30,0	M
C	C.1	8,0-9,0	M+L
	C.2	8,0-8,5	M
D	D.1	40,0-42,5	M
	D.2	30,0-35,0	M
	D.3	50,0-52,5	M+L
E	E.a	No trenca	---
	E.b	No trenca	---
	E.c	No trenca	---
	E.d.1	20,0-21,0	M
	E.d.2	17,5-20,0	M
	E.d.3	20,0-22,5	M
F	F.a.1	4,0-5,0	M+L
	F.a.2	4,5-5,0	M+L
	F.b.1	20,0-21,0	M
	F.b.2	27,0-28,0	M
G	G.1	47,5-50,0	L
H	H.1	13,0-14,0	M+L
	H.2	13,0-14,0	M+L

Taula.1. Sobrecàrrega última per cada assaig i mode de col·lapse.

M: Fallada per formació d'un mecanisme amb l'aparició de ròtules plàstiques.

L: Fallada per lliscament relatiu entre dovelles o entre aquestes i un suport.

M+L: Fallada per combinació d'efectes corresponents a la generació d'algunes ròtules i el lliscament relatiu d'algunes dovelles.

3.2.6. Consideracions prèvies a l'aplicació de Masonrisk per a l'anàlisi d'estructures esquelètiques d'obra de fàbrica

L'aplicació de Masonrisk al càlcul d'estructures esquelètiques de fàbrica es basa en anar variant certes condicions inicials (punts de pas de la línia antifunicular de les càrregues, longitud dels cables que componen aquesta línia, etc.) en cerca de la línia d'empentes òptima, que és aquella que s'allunya el màxim possible dels contorns de l'estructura i s'aproxima a la zona central de la secció. A partir d'aquí es podria establir un nivell de seguretat en base a consideracions purament geomètriques, o en base als factors pels quals caldria multiplicar la càrrega per tal que no fos possible traçar una línia d'empentes totalment continguda en els contorns de la fàbrica.

Per tant, l'aplicació de Masonrisk a l'obra de fàbrica és un procés iteratiu, en el qual es busca la millor posició i traçat possible d'una línia antifunicular de certes càrregues. Si aquesta està continguda en la fàbrica, es procedeix a augmentar la càrrega i repetir el procés fins que la línia d'empentes deixa d'estar continguda en els contorns de l'estructura, moment pel qual les càrregues aplicades són les màximes que pot suportar.

Si ens fixem en estructures de tipus arc, s'ha observat que aquestes solen trencar per la formació d'un mecanisme amb 4 o més ròtules plàstiques. Doncs bé, just en el moment abans del col·lapse, la línia d'empentes passa per dins de l'estructura, tot i que hi ha algunes zones on aquesta es redueix a un

punt de contacte (ròtula), i per tant, la línia d'empentes és tangent al contorn en aquests punts. Per tant, l'aplicació més directa de Masonrisk es basa en buscar per quines càrregues la línia d'empentes òptima (la més allunyada del contorn) és tangent al contorn de l'estructura almenys en 4 punts. Aquestes càrregues seran les màximes que pot suportar l'estructura abans de col·lapsar per formació d'un mecanisme.

El principal inconvenient d'aquest mètode de càlcul és que les línies antifuniculars calculades amb Masonrisk es comparen amb la geometria original de l'estructura i no amb la seva configuració deformada. Per tant, Masonrisk no resultarà aplicable en aquells casos en que l'estructura de fàbrica experimenti grans deformacions.

Tot i que es comentarà abastament més endavant, cal destacar ja una de les conclusions derivades de la investigació duta a terme: l'aplicació de Masonrisk en estructures esquelètiques d'obra de fàbrica de "grans blocs" presenta importants dificultats. Com a "grans blocs" es pretén etiquetar el cas d'estructures petites constituïdes per peces grans, és a dir, que les peces siguin molt grans en relació amb l'estructura. Aquest seria el cas, per exemple, d'un arc d'un pont format per només 15 o 20 dovelles, i també és el cas de pràcticament tots els experiments duts a terme. Per aquest motiu, en alguns dels tests realitzats per validar Masonrisk els resultats no són tot el bons que podrien ser. Aquesta dificultat ha servit, però, per detectar un problema que és comú en tot els mètodes de càlcul basats en l'equilibri o l'estàtica gràfica i que rarament és considerat en la bibliografia. A més, a permès proposar una possible via de solució d'aquesta dificultat a través de l'ús del software Masonrisk amb certes hipòtesis i consideracions tal i com es presenta tot seguit per als casos dels arcs.

A l'aplicar Masonrisk al càlcul d'estructures amb poques divisions reals en peces es pot optar per dues solucions:

- a) Respectar les condicions d'equilibri, però negligir les condicions cinemàtiques. És a dir, buscar la solució per la qual la línia d'empentes es manté en tot moment dins de l'estructura encara que aquesta sigui tangent al contorn en punts no corresponents a les juntes reals entre peces (veure la següent figura). De fet, les ròtules només apareixeran en les juntes reals que són les seccions més dèbils, i per tant el fet que la línia d'empentes calculada sigui tangent en zones allunyades d'aquestes juntes no té cap sentit a l'hora de parlar de formació d'un mecanisme de col·lapse. Les solucions calculades així constituïrien una cota inferior de la càrrega última real, ja que no permeten la formació real d'un mecanisme. TCI.

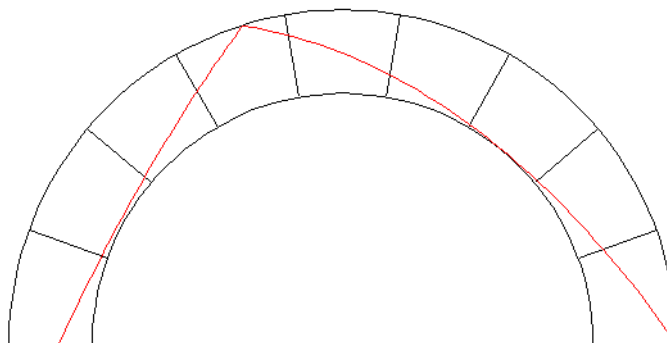


Fig.20. Línia d'empentes per a la solució segons TCI

- b) Respectar les condicions cinemàtiques, però negligir les d'equilibri. És a dir, buscar la solució per la qual la línia d'empentes passa pel contorn de l'estructura coincidint amb les juntes de la discretització real, encara que això suposi que en algunes zones aquesta línia d'empentes passi per fora del contorn (veure la següent figura). De fet, les dovelles en si mateixes sí tenen resistència a tracció, i per tant la línia d'empentes podria sortir fora del contorn en zones llunyanes de les juntes entre dovelles. Tot i això, la indeterminació d'aquesta resistència a tracció, junt amb l'incompliment de la hipòtesi bàsica del teorema de seguretat, deixen aquesta solució del costat insegur, i per tant les càrregues últimes calculades segons aquest procediment seran una cota superior de la càrrega que s'espera que resisteixi l'estructura. TCS.

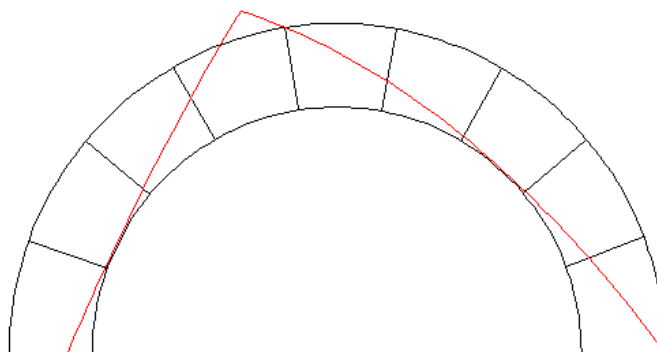


Fig.21. Línia d'empentes per a la solució segons TCS

Donades les característiques dels casos a simular es planteja buscar la solució corresponent al TCI i la corresponent al TCS, per tal de comparar-les amb els resultats experimentals obtinguts.

3.2.7. Simulació de les estructures assajades per a la validació de Masonrisk

A continuació es presenten gràficament algunes de les simulacions realitzades amb Masonrisk, i per tots els casos de validació es destaquen les hipòtesis considerades i es resumeixen els resultats obtinguts.

A) Arc semicircular (180°) petit

Es van realitzar un total de quatre simulacions amb Masonrisk, dues per cada cop que es va repetir l'assaig, una aplicant el TCI i l'altra aplicant el TCS.

Les variables que s'utilitzen per optimitzar són: els punts de pas de la línia d'empentes per la base i la longitud dels cables elàstics del model.

➔ Segons el TCI amb el primer assaig

La llum lliure real de l'arc és de 59,5cm (enlloc dels 60cm teòrics). Forçant que la línia d'empentes es mantingui dins del contorn i buscant que aquesta contacti el contorn de l'arc en almenys 4 punts, s'obté la següent solució: $P_{m\grave{a}x} = 230N$

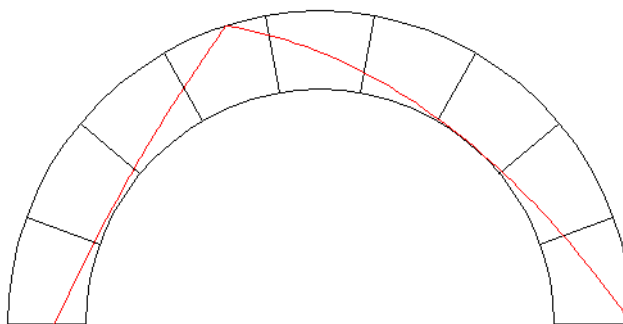


Fig.22. Línia d'empentes per A.1. TCI $P_{m\grave{a}x} = 230N$

➔ Segons el TCS amb el primer assaig

Repetint la simulació amb una llum lliure de 59,5cm, però buscant que la línia d'empentes contacti amb el contorn en les juntes encara que aquesta surti puntualment fora de l'estructura, s'obté la següent solució: $P_{m\grave{a}x} = 360N$

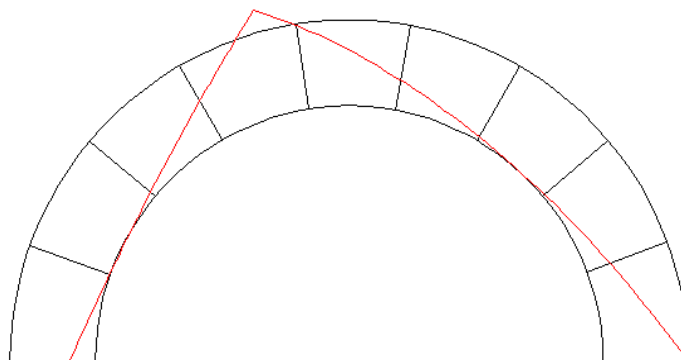


Fig.23. Línia d'empentes per A.1. TCS $P_{m\grave{a}x} = 360N$

➔ Segons el TCI amb el segon assaig

En aquest cas, la llum lliure és de 58,7cm, i aplicant el TCI s'obté la següent solució: $P_{m\grave{a}x} = 240N$

➔ Segons el TCS amb el segon assaig

La solució que s'obté és: $P_{m\grave{a}x} = 370N$

Per tant, la càrrega última per l'estructura A) està entre 230N i 360N en les condicions del primer assaig (llum lliure de 59,5cm), i entre 240N i 370N en les condicions del segon (llum lliure de 58,7cm). Experimentalment l'arc col·lapsa per una càrrega entre 30,7 i 33,2 kg (301N a 326N) pel primer assaig i entre 28,2kg i 30,7kg (277N a 301N) pel segon. Per tant, Masonrisk acota correctament els límits inferior i superior de la càrrega.

B) Arc rebaixat (160º) petit

En aquest cas s'han dut a terme dues simulacions, una segons les condicions associades al TCI i l'altra amb les associades al TCS. En tots els casos s'ha utilitzat una llum lliure de 58cm, que en aquest cas coincideix amb la teòrica.

➔ Segons el TCI: $P_{m\grave{a}x} = 450N$

➔ Segons el TCS: $P_{m\grave{a}x} = 650N$

Com es pot observar, utilitzant consideracions a priori conservadores s'obté una càrrega última major que la resultant dels experiments, i que per tant està del costat de la inseguretat. Aquesta disfunció pot ser deguda a diferents causes entre les quals destacarien la discretització en molt poques dovelles de l'estructura i el fet que durant l'assaig aquesta es deforma considerablement.

C) Arc semicircular (180º) gran

Es realitzen un total de 4 simulacions, dues (TCI i TCS) de les quals per la geometria teòrica, considerant els efectes de les entalles i dues (TCI i TCS) per la geometria real, però sense considerar l'efecte de les entalles, ja que s'estima que si cal, les dovelles giraran i poden entrar en contacte en tot el cantell, encara que la part més pròxima a l'intradós o a l'extradós presenti una separació inicial.

Amb la geometria teòrica (138cm de llum lliure), considerant les entalles de les peces, els resultats obtinguts són: $P_{m\grave{a}x} = 30N$. En aquest cas, l'aplicació del TCS i el TCI són pràcticament coincidents, i per tant s'accepta que la solució és única, i que aquesta determina la càrrega màxima.

Amb la geometria real (llum lliure 134,9cm), i sense considerar les entalles pels motius ja explicats, els resultats obtinguts són: $P_{m\grave{a}x}$ segons el TCI = 90N i $P_{m\grave{a}x}$ segons el TCS = 95N. Les dues línies d'empenta associades es mostren conjuntament en el gràfic adjunt, destacant la gran similitud. Per tant, la solució obtinguda està molt acotada.

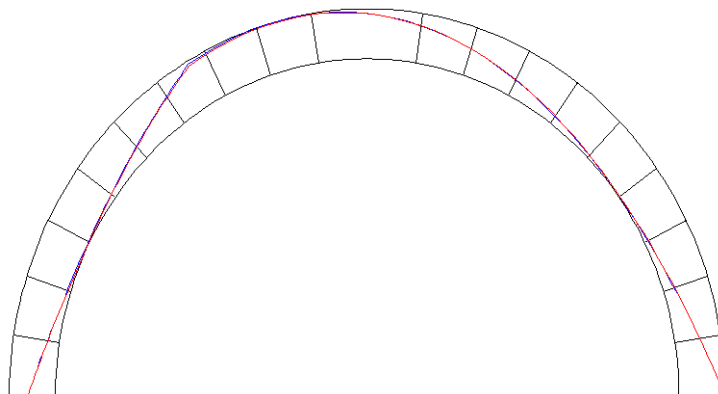


Fig.24. Línies d'empenta per C. TCI i TCS $P_{m\grave{a}x}$ =entre 90N i 95N

Experimentalment, l'arc col·lapsa en el grau de càrrega corresponent al pas de 8,7 kg a 9,7kg (84,9N a 94,7N) en el primer assaig, i en el pas de 8,7kg a 9,2kg (84,9N a 89,8N) el segon cop que es va dur a terme. Per tant, els resultats obtinguts amb Masonrisk en aquest cas són correctes.

D) Arc rebaixat (90º) gran

Per aquest cas només s'ha dut a terme una simulació. El motiu és que aplicant les condicions conservadores (TCI), Masonrisk preveu una càrrega de fallada de com a mínim 550N, mentre que experimentalment es comprova com en tots els casos l'arc trenca per càrregues menors. La màxima assolida en els assaigs va ser de 521N. De nou, aquest error en la predicció de la càrrega última pot ser degut a que l'estructura presenta molt pocs blocs i que part del mode de trencament està associat a un procés de lliscament.

E) Mig arc (90º) petit

Es realitza una única simulació per als tres primers assaigs tipus, dels quals es realitza un sol intent per cadascun (E.a, E.b i E.c). Donada la geometria de mig arc petit, és possible traçar un parell de línies rectes totalment contingudes en el seu interior, i per tant, en cap cas l'arc pot trencar per formació d'un mecanisme.

Això es pot observar en els següents gràfics:

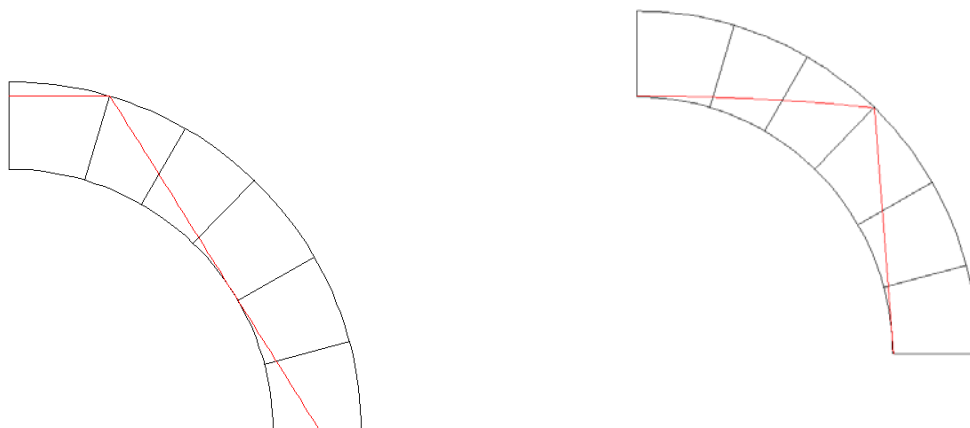


Fig.25. Línies d'empenta per E.a, E.b i E.c

Aquesta valoració es correspon amb els assaigs experimentals, ja que en els casos E.a, E.b i E.c, no s'aconsegueix el col·lapse de l'arc amb la màxima càrrega possible d'aplicar pel propi disseny de l'assaig: 55kg. De fet, per aconseguir la formació d'un mecanisme en aquestes condicions caldria aplicar un pes de l'ordre de 10kN pel cas més desfavorable (càrrega en la 3a dovella), i per tant, molt abans aixafaria el material.

Pel darrer tipus d'assaig (E.d), el qual es repeteix tres cops, es duen a terme quatre simulacions:

- Una corresponent al cas teòric amb una semillum lliure de 30cm.
- Tres, simulant cadascuna la geometria real de l'assaig associat, però considerant el comportament com un cas simètric d'arc complet, amb càrrega també simètrica. Aquest tipus de simulació s'ha dut a terme perquè el que es pretenia assajar amb els migs arcs era justament un arc complet, però imposant físicament condicions de simetria per simplificar. No s'ha separat entre la simulació pel cas conservador (TCI) i l'insegur (TCS) perquè són pràcticament coincidents.

La simulació del cas teòric amb una semillum de 30cm, dóna com a resultat una càrrega última de 255N (26kg).

Les simulacions amb les geometries reals esteses al cas d'arcs complets presenten els següents resultats:

Assaig E.d.1

Semillum lliure de 30,1cm

$P_{\text{màx}} = 275\text{N}$

Assaig E.d.2

Semillum lliure de 30,6cm

$P_{\text{màx}} = 240\text{N}$

Assaig E.d.3

Semillum lliure de 29,4cm

$P_{\text{màx}} = 325\text{N}$

Els resultats experimentals per cadascun d'aquests tres assaigs són:

E.d.1 ☐ Col·lapsa pel graó de càrrega de 202,6N a 212,4N

E.d.2 ☐ Col·lapsa pel graó de càrrega de 178,1N a 202,6N

E.d.3 ☐ Col·lapsa pel graó de càrrega de 202,6N a 227,2N

En tots els casos, l'arc real trenca a una càrrega menor que la prevista per Masonrisk. Hi ha diverses explicacions per aquest fet, si bé cal destacar que l'arc té molt poques peces i relativament molt grans, i que durant el procés de càrrega no es respectaven sempre les condicions de simetria, cedint lleugerament en sentit horitzontal el suport vertical del centre de llum.

F) Mig arc (90º) gran

S'han dut a terme dues simulacions, una per cada assaig tipus, i amb les condicions geomètriques reals amb una semillum lliure de 69cm, que es manté per tots els experiments. Veient els resultats de casos anteriors, s'opta per no considerar les entalles, ja que en realitat es pot aprofitar tot el cantell de l'arc si les dovelles giren relativament suficient. També s'opta per simular l'arc complet resultant del procés de simetria, ja que resulta molt més simple el procés d'optimització.

Amb aquests condicionants, els resultats obtinguts són:

Assaigs F.a (Càrrega en la 9a dovella)

$P_{\text{màx}} = 43\text{N}$, que val tant pel TCI com pel TCS, ja que aquests dos resulten coincidents en aquest cas. Experimentalment l'arc falla pels graons de càrrega de 45,7N a 55,5N i de 50,6N a 55,5N, que s'apropen al resultat obtingut amb Masonrisk, tot i que aquest subestima sempre per aquest assaig la càrrega última.

Assaigs F.b (Càrrega en la 7a dovella)

$P_{m\grave{a}x}$ segons el TCI = 500N.

La línia d'empentes es pot observar tot seguit, destacant que es manté en tot moment dins del contorn de l'arc. Experimentalment, l'arc falla pels graons de càrrega de 271,3N a 281,1N i de 202,6N a 212,4N. És a dir, Masonrisk sobreestima molt la càrrega última de col·lapse i es queda clarament del costat de la inseguretat.

Essencialment, aquest mal comportament de la simulació dels assaigs F.b es pot explicar per la materialització incorrecta de les condicions reals de simetria.

G) Trípod simètric

Només s'ha dut a terme una primera aplicació de la teoria en la que es fonamenta Masonrisk per avaluar la càrrega última front al col·lapse per formació d'un mecanisme.

Si s'observa una qualsevol de les potes del trípod i es compara amb el cas del mig arc menor anterior, de seguida es veu que aquesta no pot trencar per formació de tres ròtules, menys encara si la sol·licitació s'aplica lluny de la posició central.

Així doncs, al no ser possible formar tres ròtules alternades (intradós-extradós) en una mateixa pota, no s'espera que l'estructura falli globalment per formació d'un nombre suficient de ròtules plàstiques.

Experimentalment s'observa que el trípod col·lapsa per una sol·licitació entre 472,4N i 496,9N aplicats en la 4a dovella d'una de les potes, però aquesta fallada es produeix clarament associada a un fenomen de lliscament, el qual no està contemplat pel mètode de càlcul de Masonrisk, motiu pel qual la seva aplicació no procedeix en aquest cas.

H) Trípod asimètric

Donada la poca experiència en els mecanismes de col·lapse d'estructures esquelètiques tridimensionals per modes de formació de mecanismes deguts a l'aparició de ròtules plàstiques, s'opta per realitzar una única simulació del costat de la seguretat (segons condicions d'aplicació del TCI), i assumint com a mode de fallada l'aparició de 6 ròtules, dues en cada pota, però que estiguin alternades agafant com a referència les de la pota major. S'ha considerat la geometria teòrica.

La solució obtinguda preveu una càrrega última mínima de 90N, i té una línia d'empentes associada que es mostra en les següents figures:

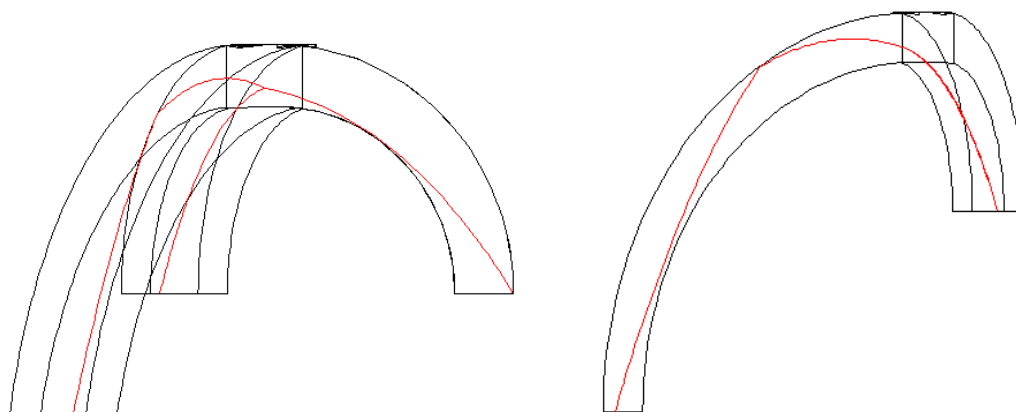


Fig.26. Línia d'empenta per H. TCI. $P_{m\grave{a}x}=90N$

Com es pot observar, la línia d'empentes es manté sempre dins dels contorns de l'obra de fàbrica, i s'hi aproxima molt en l'intradós a mitja altura de la pota major, a l'extradós prop de la zona d'aplicació de la càrrega en la gran, i en l'extradós en les bases de les potes menors i a l'intradós d'aquestes potes a mitja altura.

Experimentalment el trípod trenca per una càrrega entre 134,0N i 143,8N, complint-se així que el resultat obtingut amb Masonrisk està del costat de la seguretat, tal i com era d'esperar amb les hipòtesis conservadores realitzades per a la simulació.

En el mode de fallada observat experimentalment es va detectar un fenomen que no s'ha trobat reportat prèviament a la bibliografia: la formació d'una ròtula puntual, és a dir, que dues dovelles consecutives giraven entre elles al voltant d'un únic punt enlloc de al voltant d'una aresta. Aquest mode de fallada és correctament previst per Masonrisk en el cas 3D ja que la línia d'empentes en la solució obtinguda s'apropa al contorn tridimensional de l'estructura en una zona allunyada del centre de la planta de la pota corresponent.

Així doncs, Masonrisk serveix per al càlcul d'estructures tridimensionals d'obra de fàbrica o maçoneria i en preveu de forma molt acurada el comportament observat experimentalment.

3.2.8. Conclusions del procés de validació de Masonrisk

De la comparació entre els resultats experimentals i els numèrics amb Masonrisk es poden extreure les següent conclusions:

- L'ús de Masonrisk permet obtenir resultats més precisos, acotant millor la càrrega última, com més divisions té l'estructura i més petites són les peces que la formen en relació a la mida global de l'estructura. Això es pot observar comparant casos tipus com ara l'A) i el C). A més a més, aquest fet confirma l'adequació de Masonrisk en l'aplicabilitat en estructures reals.
- Les modelitzacions amb Masonrisk representen correctament la relació entre la geometria i la càrrega última. Així, la resistència augmenta al rebaixar la fletxa els arcs.
- Si l'estructura es deforma de manera apreciable abans del col·lapse, el mètode de càlcul de Masonrisk sobrevalora la capacitat resistent. Això és degut a que Masonrisk treballa en la configuració original i no preveu la deformació de l'estructura durant el procés de sol·licitació.
- En general, si la fallada es produeix parcial o totalment per lliscament, Masonrisk sobrevalora la resistència de l'estructura ja que només accepta el col·lapse per formació d'un mecanisme i per tant accepta l'augment de la càrrega fins que aquest es produeix.
- Al intentar aplicar Masonrisk per buscar la cota superior de la càrrega última en estructures 3D s'ha vist que hi ha un clar desconeixement en el mode de fallada d'aquest tipus d'estructures esquelètiques d'obra de fàbrica, detectant experimentalment un mode no trobat prèviament en la bibliografia. Masonrisk, no obstant, el preveu qualitativament de forma correcta.

3.2.9. Transferència del coneixement

Dels treballs relacionats amb la validació de Masonrisk se n'ha escrit un article científic pendent d'acceptació i actualment enviat a la revista Journal of Engineering mechanics de l'ASCE.

El software Masonrisk i les seves capacitats d'anàlisi s'han transferit a les empreses participants en el consorci. Amb Pirineu-Payma es va plantejar de fer un assaig a escala real en un pont d'Andorra i comprovar la bondat de predicció de Masonrisk. Aquest és un tema que no s'ha pogut articular en el present projecte però que queda com a opció de futur.

3.3. Aplicació de Masonrisk a un edifici històric: la Catedral de Barcelona

En el marc del desenvolupament del projecte va sorgir la possibilitat d'establir una col·laboració amb el catedràtic Pere Roca de l'ETSECCPB. Aprofitant la bona entesa de l'esmentat catedràtic amb els executors d'R+D Labein-Tecnalia i Litem-UPC es va validar Masonrisk en l'estudi d'un cas real: l'estabilitat de les torres de la façana de la Catedral de Barcelona. Donat que en la major part de casos d'estudi d'estructures de maçoneria històriques s'hi poden trobar elements que presentin certa resistència a tracció (bigues de fusta, reforços metàl·lics, etc.), s'ha incorporat un element tipus barra en el model de càlcul de Masonrisk. Així doncs, el que en la simulació treballa a tracció (cables) en la realitat representa parts estructurals comprimides, i el que en la modelització es representa com barres comprimides, treballa en la realitat com peces a tracció.

La modelització d'estructures de fàbrica a partir de l'antifunicular de les càrregues aplicades s'ha utilitzat des de fa segles, però la integració d'elements de tipus cable i tipus barra en un model numèric especialment pensat per aquest ús i adaptat a casos tridimensionals (Masonrisk) és quelcom innovador.

L'aplicació de Masonrisk a aquest cas pràctic busca avaluar la seguretat estructural d'aquests elements sotmesos a càrregues de pes propi, vent i sisme.

Les torres de la façana de la Catedral de Barcelona van ser construïdes a finals del s.XIX. La seva forma es divideix en tres trams al llarg dels 24m d'alçada total des de la base quadrada de 5,3m. El primer tram és una torre de secció quadrada que enllaça tot seguit amb una piràmide octogonal de 10m d'alçada que és rematada amb un pinacle amb forma de creu tridimensional tal i com s'observa en la següent figura.



Fig. 27. Vista lateral de la torre estudiada (esquerra) i fotografia des de l'interior del tram superior (dreta)

La base de les torres està suportada damunt de murs i voltes medievals que l'eleva a 26m del terra. La pedra utilitzada en la torre té una resistència nominal a compressió de 50MPa, un pes específic de 22kN/m^3 i està tallada de forma regular. En cada nervi horitzontal de maçoneria s'hi va col·locar, durant la seva construcció, un anell d'acer. Aquests també es troben en la base dels nervis verticals de la torre i en la zona d'arrencada de les voltes del cos inferior.

La modelització de l'estructura ha inclòs un total de 132 elements cable. La longitud de cadascun dels cables així com la posició dels nodes extrems en la base s'utilitzen com a variables d'optimització. Els càlculs així realitzats permeten comprovar que l'estructura és estable al pes propi fins i tot sense tenir en compte l'aportació resistent dels anells d'acer. També es pot comprovar la contribució dels elements de rigidització transversals de maçoneria que aporten pes desviant la línia d'empentes i fent que aquesta passi en tot moment per dins del contorn de l'estructura.

Modelitzant el comportament front a càrregues horitzontals (vent o sisme) es pot observar com la contribució dels anells d'acer és necessària, ja que la resistència a la tracció d'aquests en l'estructura real n'expliquen l'estabilitat davant de les sol·licitacions horitzontals.

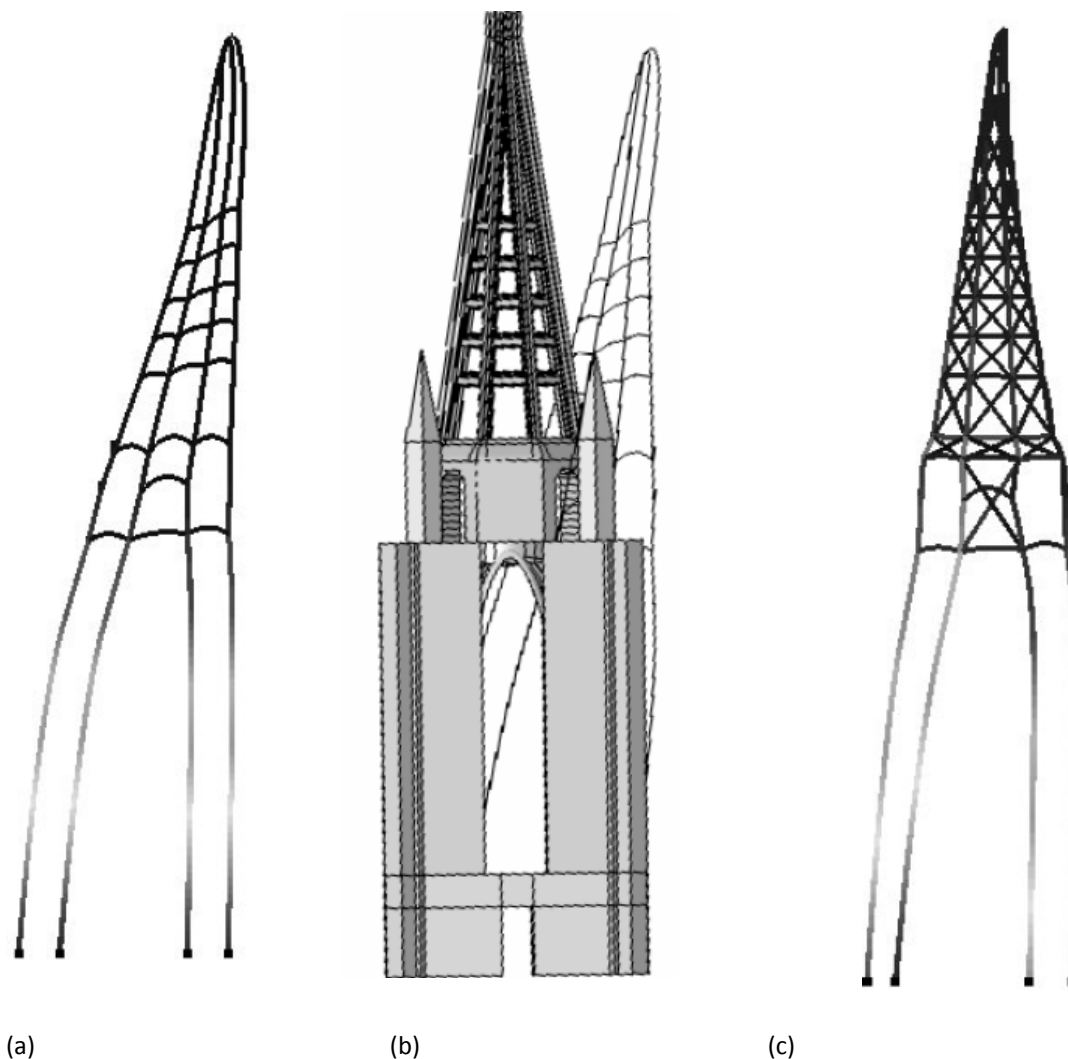


Fig.28. (a) i (b): Anàlisi funicular del comportament sota càrregues de vent sense rigidització amb els anells metàl·lics. Les línies d'empenta surten totalment del contorn. (c) Solució funicular amb les barres a compressió que simulen la rigidització dels anells metàl·lics i els panells monolítics de carreus.

De la simulació d'aquesta estructura històrica se n'ha escrit un article enviat a la revista *Engineering and Computational Mechanics* el 26 de juny de 2009. Aquest article està acceptat pendent de modificacions.

4. Estudi de mètodes de reforç amb teixits BFRP

En aquest apartat es presenten els resultats de les investigacions dutes a terme en relació als mètodes de reforç amb teixits BFRP. Aquestes s'han centrat en el sistema d'ancoratge del teixit a l'estructura i en els procediments d'aplicació.

S'han dut a terme dues aplicacions experimentals en diferents tipus d'estructures:

- En els murs entorn als quals gira el projecte de col·laboració MATE
- En uns arcs executats per Labein-Tecnalia i que s'han aprofitat per estendre la tecnologia i ampliar l'àmbit d'estudi a casos on el material treballés de forma més eficient.

En les tasques descrites en aquest apartat han col·laborat tots els actors del projecte d'investigació: Labein-Tecnalia en la part experimental i de la modelització numèrica dels dos tipus d'estructures, Litem-UPC en la simulació amb un MEF comercial (ANSYS) i Masonrisk dels arcs, i Pirineu-Payma i TEC-CUATRO en l'avaluació i el control dels processos d'execució del reforç.

La tecnologia per a l'aplicació del reforç es fonamenta en poder assegurar una bona col·laboració del teixit de fibra amb l'estructura de maçoneria. Un cop assegurada aquesta col·laboració, la major resistència a tracció del teixit BFRP permet millorar el comportament de les estructures de maçoneria reforçades davant d'efectes en els quals la tracció jugui cert paper, com poden ser les fallades per flexió de 2n ordre observades en els murs de mamposteria o simplement canviant el comportament estructural clàssic d'un arc i permetent-li suportar esforços de tracció en una o dues de les seves cares.

Així doncs, la capa de teixit BFRP actua com una superfície capaç de desenvolupar resistència a tracció, però aquesta només pot ser aprofitada per l'estructura de fàbrica si ambdues es comporten de forma solidària.

El mètode d'ancoratge pel qual finalment s'ha optat consisteix en perforar les peces pètries de la maçoneria per introduir-hi un feix de fibres que s'adhereixen a la pedra amb una abeurada de morter comercial. Les perforacions s'han realitzat de 8mm de diàmetre i amb una profunditat mínima d'entre 70 i 80mm.

En els murs s'ha disposat un ancoratge cada 350-400mm seguint un patró de triangles equilàters.

En els arcs s'han hagut de perforar totes i cadascuna de les dovelles per tal que cap d'aquestes quedés separada del reforç.

Sobre la maçoneria es disposa una fina capa de morter (aproximadament 10mm de gruix). Damunt d'aquesta s'estén la capa de teixit de fibres i es lliga amb els extrems lliures de les fibres ja ancorades a les pedres que s'obren en forma de ventall per cobrir la zona més gran possible de la superfície reforçada.

Per acabar es recobreix el teixit de reforç BFRP amb una nova capa de morter de 5mm.

En alguns casos s'ha reforçat l'estructura amb una segona capa de teixit BFRP, aquesta no ancorada a la maçoneria i únicament subjecta a la primera capa de BFRP a través del morter.



Fig. 29. Trencament d'un arc reforçat internament i externament



Fig.30. Trencament d'un arc reforçat en la seva cara externa

Un cop realitzats els assaigs experimentals es pot concloure que el mètode d'ancoratge utilitzat funciona correctament. De fet, en els assaigs dels arcs (per als quals l'aportació de resistència a tracció és més rellevant), fins i tot s'arriba a assolir el trencament de la fibra del reforç.

En el següent apartat es presentaran els resultats experimentals dels murs entorn als quals ha girat la investigació del present projecte, però abans es presenten tot seguit els resultats experimentals i de les simulacions (fins al moment) dels arcs, ja que en aquests s'ha pogut visualitzar d'una forma molt més clara la contribució i la forma de comportar-se del mètode de reforç superficial amb BFRP.

4.1. Aplicació del reforç amb teixits de BFRP a arcs de fàbrica

Labei-Tecnalia ha construït un total de 12 arcs de fàbrica. Cadascun d'aquests ha estat format per 17 blocs de pedra tallats a mida, dels quals 2 de majors s'han utilitzat com els de suport-arrencada de l'arc.

Aquests 12 arcs s'han dividit en 4 grups: 3 arcs de control sense cap tipus de reforç, 3 arcs amb reforç en la cara exterior, 3 arcs amb reforç en la cara interior i 3 més amb reforç en ambdues cares.

La unió entre les diferents dovelles s'ha fet amb un morter molt pobre, de tal forma que s'ha aconseguit (i així ho reflecteixen els resultats experimentals i la seva comparació amb les simulacions) que les juntes treballessin sense oferir una resistència a tracció apreciable en cap cas.

Les dimensions dels arcs han estat: 250mm de gruix, 440mm de fletxa lliure en la clau i 1130mm de llum lliure. El cantell de l'arc (sense reforçar) ha estat d'aproximadament 120mm. La pedra utilitzada tenia una densitat de 2011kg/m^3 , una resistència a compressió de 21,3MPa, una resistència a tracció de 1,36MPa, un coeficient de Poisson de 0,34 i un mòdul de deformació lineal de 5935MPa. El morter per al reforç tenia una densitat de 1625kg/m^3 , una resistència a compressió de 2,03MPa, una resistència a tracció de 0,98MPa, un coeficient de Poisson de 0,21 i un mòdul de deformació lineal de 5791MPa. La fibra de basalt utilitzada per al reforç tenia un mòdul de deformació lineal de 51,9GPa i una resistència a tracció determinada experimentalment de 894MPa.

L'esquema d'assaig utilitzat ha estat el mateix per a tots els arcs i es pot observar a continuació. L'arc es situa en una subestructura metàl·lica rígida que en restringeix els moviments en sentit horitzontal de les peces d'arrencada. La càrrega s'aplica amb control per desplaçament a través d'un actuador hidràulic, sempre en la 6a dovella (5a si es descompten les majors de l'arranc). Per no introduir moments es situa una ròtula entre l'actuador i la peça que fa contacte directe amb l'arc i per disminuir la possibilitat d'introduir càrregues horitzontals es disposen teflons en l'utilatge de transferència de càrrega.



Fig. 31. Configuració d'assaig dels arcs assajat per Labein-Tecnalia

Els resultats dels assaigs dels arcs duts a terme per Labein es recullen en la següent taula.

Arc	Càrrega màxima (kN)	Reforç
A1	0,64	No
A2	0,91	No
A3	1,17	No
IN1	8,49	Interior
IN2	15,15	Interior
IN3	9,81	Interior
EX1	19,27	Exterior
EX2	16,17	Exterior
EX3	12,45	Exterior
EXIN1	29,20	Interior i exterior
EXIN2	27,74	Interior i exterior
EXIN3	20,90	Interior i exterior

Taula 2. Resultats experimentals dels assaigs dels arcs de Labein-Tecnalia

Veient els resultats anteriors es pot concloure que el reforç superficial amb teixit de BFRP resulta molt efectiu a l'hora d'augmentar la capacitat de càrrega dels arcs. Aquest resulta més eficient aplicat en la cara exterior dels arcs que en la interior, però en totes dues aplicacions l'augment de resistència respecte del cas patró és molt important.

4.2. Simulacions numèriques dels arcs assajats per Labein-Tecnalia

A partir dels resultats experimentals, i començant pels arcs sense reforçar, s'ha volgut comprovar la validesa dels càlculs realitzats amb Masonrisk. A més, s'ha optat per comparar-los amb altres metodologies de càlcul, entre les quals s'hi inclouen simulacions realitzades amb el software comercial ANSYS. A continuació es presenten els resultats d'aquests càlculs duts a terme pel Litem-UPC.

4.2.1. Simulacions amb Masonrisk

El procediment seguit per realitzar les simulacions presentades a continuació és exactament el mateix que el seguit pel càlcul dels arcs de l'apartat 3.

A partir de les dades inicials de la geometria i densitat de l'estructura dels arcs sense reforçar s'arriba a concloure que els arcs sense reforçar haurien de trencar per una càrrega puntual vertical d'entre 1,5kN (TCI) i 2,1kN (TCS).

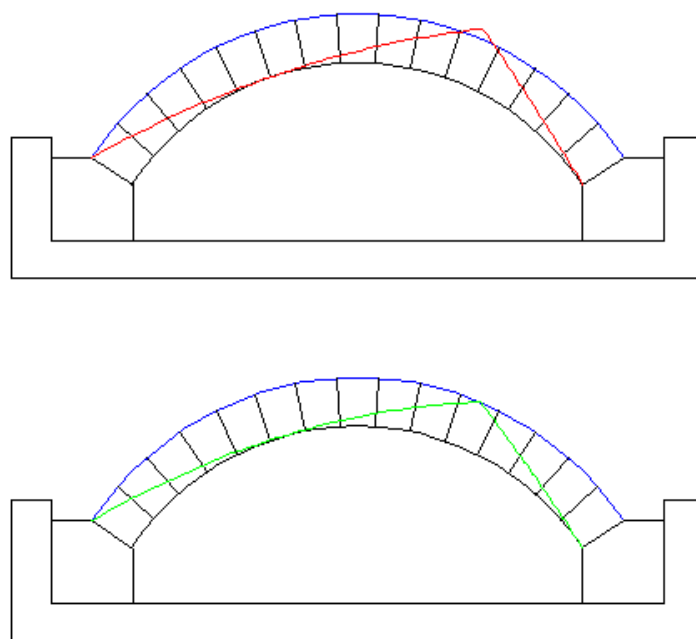


Fig.32. Resultat del càlcul amb Masonrisk. Ajust de la línia d'empentes segons el TCS (dalt) i el TCI (sota)

Donat el comportament observat durant l'assaig es conclou que és factible que apareguessin càrregues horitzontals desfavorables durant el procés de sol·licitació. Per aquest motiu es va optar per fixar la càrrega vertical de col·lapse en 1kN i buscar quina càrrega horitzontal seria necessària per causar el col·lapse de l'estructura. Seguint el mateix procediment s'obté que l'estructura de l'arc sense reforçar fallaria per una càrrega vertical d'1kN concomitant amb una càrrega horitzontal (cap al centre de l'arc) d'entre 490N (TCI) i 700N (TCS).

Aquests resultats es veuen reforçats pels obtinguts amb altres mètodes de càlcul clàssics.

La simulació amb Masonrisk dels arcs reforçats es podrà afrontar en treballs futurs a partir d'augmentar de forma fictícia el cantell per on es permet el pas de la línia d'empentes, ja que en l'estructura real aquesta podria sortir fora del cantell real donat que el reforç els confereix als arcs la capacitat de treballar a tracció.

4.2.2. Simulacions amb altres mètodes clàssics de càlcul d'estructures de maçoneria basats en l'equilibri

A continuació es presenten de forma resumida els resultats obtinguts aplicant les tècniques clàssiques de l'estàtica gràfica i de l'anàlisi límit cinemàtic.

L'estàtica gràfica consisteix a calcular, punt a punt, el traçat de la línia d'empentes a partir de fer l'equilibri de forces en cadascuna de les divisions fictícies d'una estructura. El problema està, en general, indeterminat però el fet d'imposar el pas de la línia d'empentes tangent al contorn de l'estructura en les zones crítiques on es produeix la formació de les ròtules dels arcs permet buscar una solució única.

En aquest cas, la discretització utilitzada coincidia amb la discretització real en dovelles.

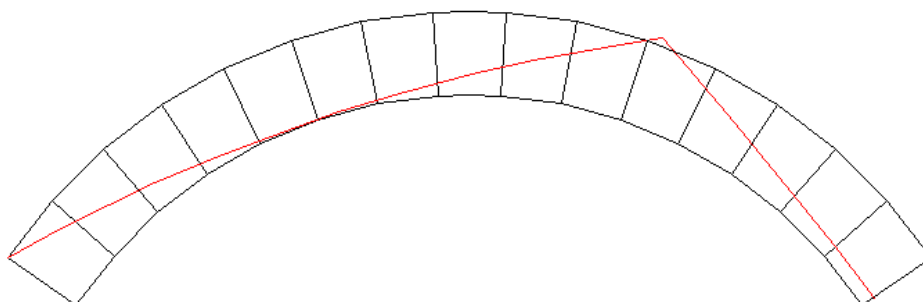


Fig.33. Línia d'empentes calculada amb estàtica gràfica

La càrrega màxima esperada calculada amb estàtica gràfica ha estat de 1,84kN. No obstant, si imposen una força horitzontal de 600N (promig dels valors obtinguts amb Masonrisk a partir del TCI i el TCS) al punt de sol·licitació, la càrrega màxima vertical concomitant augmenta lleugerament. Això pot ser degut a la discretització utilitzada i les limitacions imposades pel pas de les línies d'empentes.

L'anàlisi límit cinemàtic consisteix a imposar un mecanisme de trencament compatible amb les condicions de contorn de l'estructura i comprovar per quins esforços externs (pes propi que és fix i sobrecàrrega que és la variable a ajustar) aquest mecanisme condueix a l'equilibri energètic. Imposant el mecanisme de trencament observat de forma experimental es calcula la càrrega vertical que causaria el col·lapse i s'obté el valor de 2,06kN.

Es repeteix de nou el càlcul però imposant la força horitzontal de 600N extreta dels càlculs inicials amb Masonrisk i s'obté que els arcs sense reforçar haurien de trencar per una càrrega màxima d'1,4kN. Aquesta variació coincideix qualitativament amb l'observada en els càlculs amb Masonrisk. A més, tenint en compte que Masonrisk està pensat per donar una cota inferior de la càrrega de col·lapse i l'anàlisi cinemàtica per donar una cota superior, els valors obtinguts són plenament coherents.

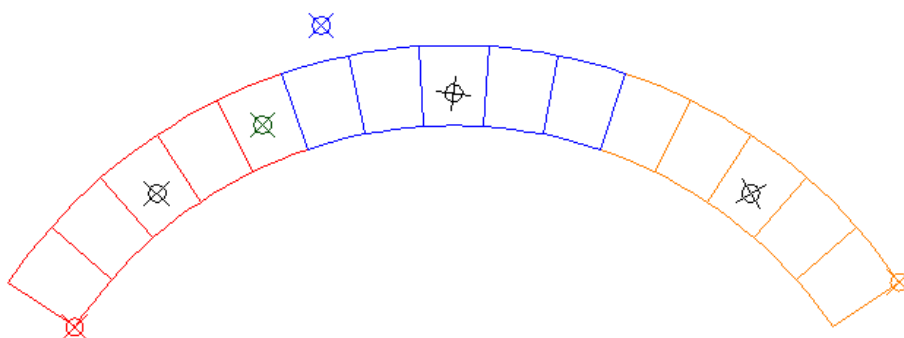


Fig.34. Divisió de l'arc en els 3 sòlids rígids per a l'anàlisi límit cinemàtic. En negre, centres de gravetat. En cada color el centre de gir de cada bloc i en verd la posició d'aplicació de la càrrega.

4.2.3. Simulacions dels arcs no reforçats amb el software ANSYS

A continuació es resumeix breument el procediment seguit per realitzar les simulacions amb ANSYS realitzades per Labein-Tecnalia i Litem-UPC així com les principals característiques de l'anàlisi:

A) Tipus de model

S'ha modelitzat el problema com un cas de deformació plana. S'escull realitzar una modelització en 2D perquè el problema a resoldre no depèn de la coordenada en sentit perpendicular al pla de l'arc i per tant és factible simplificar considerablement el problema associant-lo a un cas bidimensional. S'escull utilitzar els criteris de deformació plana, ja que es simula la secció longitudinal mitja d'un arc que podria tenir qualsevol gruix, i que en els càlcul té gruix unitari.

El procediment de càlcul per determinar la càrrega última es basa en la hipòtesi de comportament elàstic lineal de tots els materials que intervenen en la modelització. Com es veurà, aquesta hipòtesi, tot i no ser correcta, és acceptable ja que les tensions actuant en les peces estan molt allunyades de la tensió última pel cas dels arcs no reforçats.

B) Geometria

Els arcs s'han modelitzat tots segons la geometria teòrica, definint un cos diferent per cadascuna de les dovelles reals.

C) Materials

L'estructura de suport es modelitza amb acer estructural típic ja predefinit en el programa d'elements finits. Per l'arc s'utilitzen les següents característiques: densitat de 2011kg/m^3 , coeficient de Poisson de 0,34 i mòdul de deformació lineal de 5935MPa .

La propietat de la pedra que resulta fonamental en la solució dels models és la densitat, que ha estat determinada experimentalment.

D) Condicions de contorn i compatibilitat

Les condicions de contorn del problema es limiten a la fixació dels suports. La resta de contactes entre dovelles i entre les dovelles i els suports s'estableixen de tal forma que no permetin el lliscament relatiu, però sí l'obertura (separació relativa de les cares inicialment en contacte). Aquesta condició és fonamental per tal que els resultats obtinguts puguin ser comparables amb els de Masonrisk, el qual es basa en el fet de que no es poden produir el lliscament entre les peces ni desenvolupar cap resistència a tracció en l'obra de fàbrica.

E) Malla

La malla utilitzada és força grollera, ja que l'objectiu no és capturar fidelment les tensions, les quals es mantenen sempre lluny de la tensió de trencament del material, sinó que el col·lapse es produeix fonamentalment per formació d'un mecanisme (deformació).

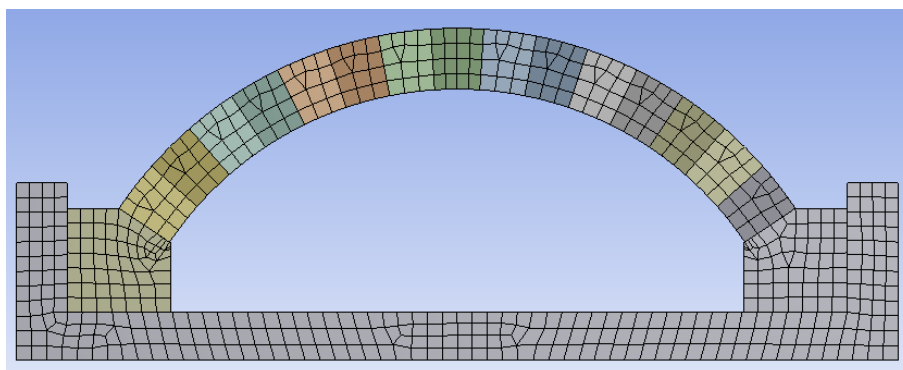
F) Sol·licitacions

Les sol·licitacions considerades són el pes propi i la sobrecàrrega externa sobre una dovella. Aquesta sobrecàrrega s'aplica definint un nou material amb les mateixes característiques que la pedra però una major densitat per incloure el pes extra aplicat a través de l'actuador extern.

G) Solució

Per determinar la càrrega última en tots els casos es realitza un procés iteratiu que consisteix en realitzar els càlculs per diferents sobrecàrregues. En cada iteració s'augmenta la càrrega aplicada fins que arriba un punt en què el càlcul per elements finits no convergeix o presenta deformacions totalment desproporcionades i incompatibles amb l'estabilitat de l'estructura. Es considerarà que aquesta és la càrrega última de col·lapse.

A partir de les consideracions anteriors s'ha realitzat el càlcul amb elements finits corresponent als arcs sense reforçar obtenint-ne una càrrega última vertical per al col·lapse valorada en $1,43\text{kN}$.



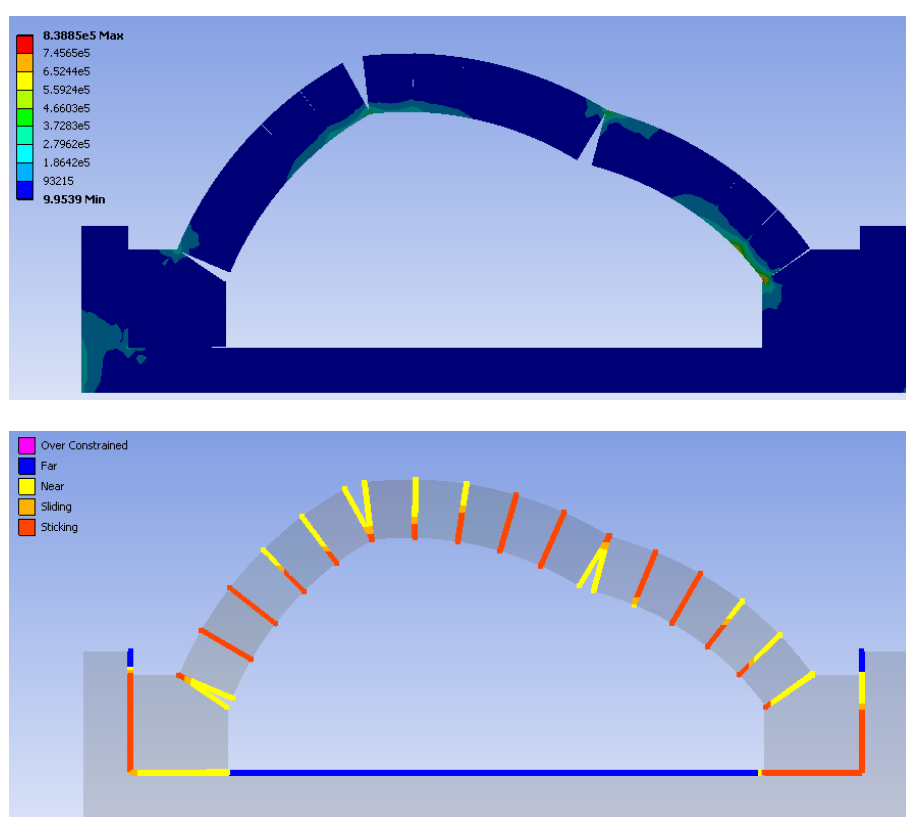


Fig.35. De dalt a baix, malla utilitzada per la simulació, resultat de les tensions equivalents de von Mises i resultat de l'estat dels contactes entre dovelles en el moment de la fallada.

4.2.4. Línies futures d'ampliació del treball

Les simulacions numèriques dels arcs reforçats es troben en execució actualment. Cal recordar que aquest cas d'estudi representa una ampliació de l'àmbit inicial d'estudi del projecte MATE i per tant un sobre esforç que implica una despesa temporal major, motiu pel qual no s'han inclòs els resultats en aquesta memòria.

De les investigacions presentades en aquest apartat, s'espera poder escriure com a mínim un article científic conjunt entre Labein-Tecnalia i Litem-UPC en els propers mesos en relació a l'experimentació i simulació dels arcs executats per Labein-Tecnalia.

5. Resum dels assaigs dels murs

A continuació es resumeixen breument els resultats obtinguts pel grup Labein-Tecnalia en l'assaig dels murs reforçats superficialment amb teixits de BFRP inclosos en el projecte d'investigació MATE.

L'objectiu d'aquests assaigs era valorar l'augment de la capacitat portant dels murs de mamposteria així com la modificació del seu comportament en fallada per l'aplicació del reforç amb teixits BFRP.

Com ja s'ha mencionat anteriorment, s'han assajat un total de 9 murs. Els resultats dels assaigs es mostren en la següent taula.

Mur	Peces de travesa transversal	Capes de TRM	Tipus de barres de lligat	Càrrega màxima de col·lapse (kN)
1	6	0	-	188
2	6	1	CFRP	242

3	6	2	CFRP	201
4	6	1	CFRP + ARFP	194
5	6	2	CFRP	188
6	15	0	-	216
7	15	1	CFRP	289
8	15	2	CFRP	216
9	15	1	ARFP	188

Taula 3. Càrrega màxima dels murs assajats per Labein-Tecnalia

Veient els resultats anteriors es pot concloure que el reforç superficial utilitzat no proporciona una millora clara de la capacitat portant dels murs assajats. No obstant això, experimentalment sí que es va observar una millora clara del comportament en fallada donant el sistema de reforç una gran ductilitat a l'estructura, que tot i trencar per una càrrega pràcticament idèntica al cas amb absència de reforç sí que "avisa" molt més de la proximitat del col·lapse.

Com es pot observar, la llei de trava de la paret de maçoneria (nombre de blocs de trava transversals) sí que és un paràmetre a tenir en compte de cara a avaluar la resistència dels murs de fulls múltiples, ja que la seva resistència en depèn directament.

La poca eficàcia del reforç en aquest tipus d'estructura és degut a que el mur treballa bàsicament a esforços axials de compressió de tal forma que difícilment es mobilitza la gran resistència a tracció que aporta de forma superficial el reforç amb teixits de CFRP. Experimentalment s'observa que en general la fallada comença per la separació dels diferents fulls. A partir d'aquest punt i degut a la major rigidesa del full de carreus, és aquest el que absorbeix més càrrega; a més, aquest full ja es troba desconnectat del reforç, motiu pel qual la seva aplicació no es veu reflectida amb un augment de la capacitat portant de la paret. Experimentalment sembla que la fallada final del mur es produeix per efectes de 2n ordre (flexió) que poden estar combinats amb processos d'inestabilitat geomètrica (vinclament) del full de carreus.

A partir del comportament observat de forma experimental es pot concloure que el reforç plantejat sí que millora la resposta estructural dels mur donant-los una major ductilitat, si bé això no implica una millora destacable de la capacitat portant.



Fig.36. Col·lapse d'un mur (esquerra) i sistema d'assaig (dreta)

Per a més informació sobre els assaigs dels murs s'emplaça a la consulta de [1].

6. Intercanvi d'investigadors

Entre els grups de treball s'han realitzat les següents reunions de seguiment i coordinació:

Data	Lloc
10 Març 2008	Bilbao
3 Abril 2008	Terrassa
7 Juliol 2008	Sant Julià de Loria
2 Abril 2009	Bilbao
11 Desembre 2009	Bilbao

A més s'ha realitzat intercanvi d'investigadors amb les següents estades curtes:

- Investigador Ernest Bernat : 3/6/2008 al 6/6/2008 Visita a Labein
- Investigadores Leire Garmendia y Rosa San Mateo: 7/5/2008 al 9/5/2008 Visita al LITEM-UPC
- Investigadora Leire Garmendia: 26/5/2009 al 28/5/2009

Finalment, el coordinador català Lluís Gil ha assistit a la lectura de tesi doctoral de l'investigador David García en qualitat de membre del jurat.

7. Conclusions

En el treball de recerca s'ha pogut investigar amb profunditat el comportament de murs de mamposteria i el seu reforç en base a materials textils innovadors. L'abast de l'estudi ha anat més enllà dels objectius previstos inicialment i s'ha extès a les estructures de tipus arc.

La construcció, caracterització i assaig dels prototips dels murs de mamposteria s'ha dut a terme a Labein-Tecnalia i ha permès caracteritzar el comportament d'aquesta tipologia estructural. Els resultats obtinguts sobre els murs de contrast han permès comparar els resultats amb les simulacions executades amb el software Masonrisk per part del Litem-UPC.

L'estudi del mètode de reforç executat a Labein-Tecnalia a partir de teixits multidireccionals de fibres de basalt (BFRP) ha permès determinar els materials òptims per a la seva aplicació així com les característiques mecàniques del reforç estudiat de forma aïllada i de forma col·laborant amb la maçoneria. Entre tots els resultats obtinguts cal destacar el desenvolupament de la metodologia per a l'aplicació del reforç i el seu ancoratge a l'estructura a reforçar. També es pot concloure que l'aplicació de més d'una capa de fibra no sembla influir en el comportament estructural si aquestes no es troben ancorades directament a l'estructura de fàbrica.

L'adaptació de Masonrisk per estudiar el cas dels murs reforçats no ha proporcionat resultats favorables ja que, tal i com s'ha comentat, l'esquema de treball dels murs i el seu mode de fallada no permeten l'aplicació de Masonrisk per avaluar-ne la seguretat estructural. Així mateix, l'experiència adquirida amb l'assaig de murs de mamposteria indica que aquest tipus de reforç no és especialment efectiu en estructures que treballen sota esforços predominantment axials de compressió. Això ens ha portat a ampliar l'abast de l'estudi envers les estructures de tipus arc que poden treure més profit del reforç.

S'ha executat un doble programa experimental adicional al previst en el projecte. Per part de Litem-UPC s'ha fet una campanya amb arcs d'obra de fàbrica que ha permès validar definitivament el correcte funcionament de Masonrisk per al càlcul d'estructures esquelètiques de maçoneria. A més, les diferents simulacions dutes a terme han permès millorar-ne el procés d'aplicació definit dues carregues últimes en els casos d'estructures on la discretització en blocs reals sigui molt grollera. Així, Masonrisk permet obtenir una càrrega última associada al compliment de les equacions d'equilibri però prescindint de les condicions de compatibilitat dels moviments i una altra prescindint de les condicions d'equilibri en alguna secció però imposant les condicions de compatibilitat cinemàtica. Aquesta visualització de dues possibles solucions només és factible per estructures formades per molt poques peces i molt grans en relació a l'estructura. Per estructures majors i formades per molts més peces que les assajades al Litem-UPC, Masonrisk trobaria una sola càrrega última per ser més senzilla l'obtenció d'una solució que compleixi simultàniament l'equilibri i la compatibilitat de moviments.

A partir dels assaigs experimentals amb arcs de tipus trípod per part del Litem-UPC s'ha comprovat per primer cop de forma pràctica la validesa de Masonrisk per a la seva aplicació en estructures tridimensionals. A més aquests han servit per localitzar un mode de formació de les ròtules plàstiques en estructures de tipus arc que no s'ha trobat a la bibliografia consultada pels autors de la investigació: la ròtula puntual que presenta un comportament diferent a les ròtules longitudinals estudiades fins al moment.

L'adaptació de Masonrisk a estructures tridimensionals s'ha assolit amb èxit. L'aplicació del software de càlcul al cas real de les torres de la façana de la Catedral de Barcelona o la comparació amb els experiments duts a terme al Litem-UPC així ho confirmen. En l'estudi de la Catedral s'ha recolzat la feina del catedràtic Pere Roca amb les eines de Masonrisk.

L'altra gran campanya adicional s'ha executat a Labein-Tecnalia amb el reforç d'arcs de maçoneria. L'experimentació adicional amb arcs reforçats indica que aquesta tipologia estructural aprofita molt millor tota la resistència a tracció que el reforç és capaç de transferir en la interfície de contacte. S'ha observat que Masonrisk seria aplicable com a mínim de forma parcial a partir d'una adaptació de la geometria simulada augmentant el cantell dels arcs per simular una zona fictícia per on passar les línies d'empentes en els punts on el reforç treballés a tracció. La realització de simulacions i càlculs amb diferents mètodes (ANSYS) i la seva comparació amb els resultats experimentals obtinguts dels assaigs dels arcs a Labein-Tecnalia permeten validar definitivament l'ús de Masonrisk per aquest tipus d'estructures.

Com a resultats científics s'han escrit dos articles, un d'ells acceptat (Catedral de Barcelona) i l'altre pendent d'avaluació (arcs de maçoneria). A més, s'espera escriure'n un altre sobre la comparativa de Masonrisk, ANSYS i els arcs construïts a Labein-Tecnalia. Les empreses participants han col·laborat activament en el seguiment del projecte i han rebut la transferència de tecnologia de l'anàlisi d'estabilitat i el reforç amb fibres de basalt i morter.

Després de completar les tasques d'investigació previstes en el projecte MATE es pot concloure que el mètode de reforç superficial amb teixits de BFRP d'estructures de maçoneria funciona adequadament, sobretot per estructures on la flexió és necessària. S'ha desenvolupat un procediment competitiu i efectiu per a la seva aplicació en obres de rehabilitació o reforç d'estructures existents.

8. Referències

- [1] García, D. *Experimental and numerical analysis of stone masonry walls strengthened with advanced composite materials*. Doctoral Thesis Euskal Herriko Unibertsitatea. Bilbao, January 2009.
- [2] Heyman, J. *El esqueleto de piedra. Mecánica de la arquitectura de fábrica*. Traducció Instituto Juan de Herrera. CEHOPU CEDEX cop.1999.
- [3] Andreu, A. *Análisis resistente de estructuras de obra de fábrica mediante redes funiculares simuladas computacionalmente*. Tesis doctoral. Barcelona Maig de 2006.
- [4] A.Andreu, L. Gil i P. Roca. *Computational Analysis of Masonry Structures with a Funicular Model*. Journal of Engineering Mechanics, Vol. 133, No. 4, April 1, 2007. 473-480. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(2007)133:4(473)
- [5] Bernat, E. Gil, L. *Assaigs experimentals d'estructures esquelètiques d'obra de fàbrica: arcs i tripodes*. 2009. Treball de recerca dirigit.